MA2002-6 Cálculo Avanzado y Aplicaciones
Profesor: Gonzalo Flores García
Auxiliar: Ilana Mergudich Thal
Fecha: Semana 4 (Paro)

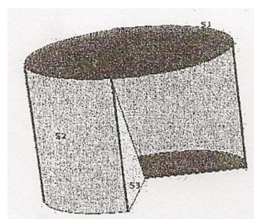
Auxiliar 3

P1. Un poco más de Stokes

Calcule $I = \int_S \mathrm{rot}\vec{F} \cdot d\vec{S}$ mediante el Teorema de Stokes, para $\vec{F}(x,y,z) = (y,z,2x)$ y la superficie $S = S_1 \cup S_2 \cup S_3 \cup S_4$ de la figura, donde

- S_1: disco de radio a.
- S_2 : $\frac{3}{4}$ del manto del cilindro (de radio a y altura h).
- S_3: Triángulo rectángulo (catetos a y h)
- S_4 : $\frac{3}{4}$ del disco (radio a)

(Eje del cilindro = Eje Z, plano XY contiene a S_4, S_3 contenido en el plano XZ)



P2. Divergencia en coordenadas ortogonales y caracterización límite de la Divergencia

Considere el campo en coordenadas esféricas dado por

$$F(\vec{r}) = r^2\hat{r} + r\theta\sin^3(\varphi)\hat{\theta}$$

a) Calcule $\mathrm{div}(F)$ en todo punto del dominio de diferenciabilidad de F.

b) Sea Ω la región de la esfera unitaria $x^2+y^2+z^2 \leq 1$ que intersecta al cono infinito $z \geq \sqrt{x^2+y^2}$. Defina $\Omega_\epsilon = \{(x,y,z) \in \Omega \ : \ x^2+y^2 \geq \epsilon\}$, con $\epsilon > 0$ pequeño. Bosqueje la región Ω_ϵ y encuentre el valor de

$$I = \lim_{\epsilon \to \infty} \iint_{\partial\Omega_\epsilon} F \cdot d\vec{A}$$

deduciendo con este valor, el flujo de F sobre $\partial\Omega$.

P3. Aplicación de las fórmulas de Green

Sea $\Omega \subseteq \mathbb{R}^3$ abierto con superficie cerrada, regular por trozos, orientable y conexo. Considere sobre él la ecuación en derivadas parciales:

$$(EDP)\begin{cases} -\Delta u + u^3 = 0 & x \in \Omega \\ u = 0 & x \in \partial\Omega \end{cases}$$

Muestre que si $h \in \mathcal{C}^2(\Omega)$ es solución de la EDP anterior, entonces $h \equiv 0$ en todo Ω.