MA2002-6 Cálculo Avanzado y Aplicaciones
Profesor: Gonzalo Flores García
Auxiliar: Ilana Mergudich Thal
Fecha: 1 de diciembre de 2017

Auxiliar 16: Preparación Examen

P1. Teorema de Gauss

Calcule el flujo del campo

$$F(x,y,z) = (xz + e^{z^2}, z - z^2 - 2, z^2 + y)$$

a través de la superficie

$$x^2 + y^2 = 1, \qquad 0 \leq z \leq 2 - y.$$

P2. Teorema de Stokes

Sea S la unión del casquete cilíndrico $x^2+y^2 = 9$ para $z \in [-2, 2]$ con el casquete semiesférico $x^2+y^2+(z-2)^2 = 9$ para $z \geq 2$. Calcule la integral de flujo

$$\iint_S (2yz\hat{j} - z^2\hat{k}) \cdot \hat{n} dA$$

donde $\hat{n}$ es la normal exterior al cilindro y a la semiesfera según corresponda.
Indicación: Determine $\nabla \times \vec{F}$ con $F = yz^2\hat{\imath}$ y parametrice ∂S recorrida con orientación positiva con respeto al campo de normales $\hat{n}$.

P3. Cauchy-Riemann

Estudie la derivabilidad y holomorfía de

$$f(z) = 2Re(z)Im(z) + iMod(z)$$

P4. Teorema de los Residuos

Pruebe que $\displaystyle\sum_{n=0}^{\infty} \left(\frac{\alpha^n}{n!}\right)^2 = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} exp(2\alpha \cos(\theta)) d\theta.$

Indicación: Comience probando que $\displaystyle\left(\frac{\alpha^n}{n!}\right)^2 = \frac{1}{2\pi i} \oint_{|z|=1} \frac{\alpha^n exp(\alpha z)}{n! z^{n+1}} dz$

P5. *[Propuesto]* **EDP**

Resuelva la siguiente EDP

$$(\mathcal{P}) \begin{cases} u_{tt} = \alpha^2 u_{xx} - \beta u & 0 < x < 1,\ t > 0 \\ u(0,t) = u(1,t) = 0 & t \geq 0 \\ u(x,0) = 1 - x & 0 \leq x \leq 1 \\ u_t(x,0) = 0 & 0 \leq x \leq 1 \end{cases}$$

donde α, β son constantes positivas conocidas.