MA2002-6 Cálculo Avanzado y Aplicaciones
Profesor: Gonzalo Flores García
Auxiliar: Ilana Mergudich Thal
Fecha: 20 de noviembre de 2017

Auxiliar 14: Separación de variables en EDPs

P1. *a*) Resuelva mediante MSV la siguiente ecuación para $u = u(x,t)$

$$(\mathcal{P})\begin{cases} u_t = \alpha u_{xx} & 0 < x < L,\ t > 0 \\ u_x(0,t) = u_x(L,t) = 0 & t > 0 \\ u(x,0) = f(x) & 0 < x < L \end{cases}$$

donde $L, \alpha > 0$ son constantes.

b) Resuelva la siguiente EDP para $v = v(x,t)$ mediante el MSV:

$$(\mathcal{P}')\begin{cases} v_t = v_{xx} + x + \sin(x) & 0 < x < \pi,\ t > 0 \\ v_x(0,t) = 0,\ v_x(\pi,t) = -2 - \frac{\pi^2}{2} & t > 0 \\ v(x,0) = 0 & 0 < x < \pi \end{cases}$$

P2. (Ec. de Laplace) El objetivo de este problema es resolver la siguiente ecuación en derivadas parciales para $u = u(x,y)$:

$$(\mathcal{P}_u)\begin{cases} u_{xx} + u_{yy} = 0 & 0 < x < 1,\ 0 < y < 1 \\ u(0,y) = 0,\ u(1,y) = 1 & 0 < y < 1 \\ u(x,0) = 0,\ u(x,1) = 1 & 0 < x < 1 \end{cases}$$

Para ello, siga los siguientes pasos:

a) Verifique que si $v = v(x,y)$ es solución de

$$(\mathcal{P}_v)\begin{cases} v_{xx} + v_{yy} = 0 & 0 < x < 1,\ 0 < y < 1 \\ v(0,y) = 0,\ v(1,y) = 1 & 0 < y < 1 \\ v(x,0) = v(x,1) = 0 & 0 < x < 1 \end{cases}$$

y si $w = w(x,y)$ es solución de

$$(\mathcal{P}_w)\begin{cases} w_{xx} + w_{yy} = 0 & 0 < x < 1,\ 0 < y < 1 \\ w(0,y) = w(1,y) = 0 & 0 < y < 1 \\ w(x,0) = 0,\ w(x,1) = 1 & 0 < x < 1 \end{cases}$$

entonces $u = v + w$ es solución de $(\mathcal{P}_u)$.

b) Resuelva $(\mathcal{P}_v)$ mediante el MSV.

c) Resuelva $(\mathcal{P}_w)$ mediante el MSV y concluya el resultado.