MA2002-6 Cálculo Avanzado y Aplicaciones
Profesor: Gonzalo Flores García
Auxiliar: Ilana Mergudich Thal
Fecha: Lunes 11 de septiembre

Auxiliar 6

P1. Sea $\vec{F}$ campo vectorial de clase C^2.

a) Pruebe que $\nabla \times \left(\nabla \times \vec{F}\right) = \nabla\left(\nabla \cdot \vec{F}\right) - \nabla^2 \vec{F}$.

b) Los campos vectoriales $\vec{E}$ y $\vec{H}$ son solenoidales, de clase C^2 y están relacionados por las ecuaciones:

$$\operatorname{rot}(\vec{E}) = -\mu \frac{\partial \vec{H}}{\partial t}, \qquad \operatorname{rot}(\vec{H}) = \epsilon \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}$$

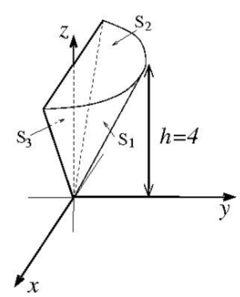
donde μ, ϵ son constantes. Probar que $\vec{E}$ y $\vec{H}$ satisfacen la siguiente ecuación diferencial:

$$\nabla^2 \vec{A} = \mu\epsilon \frac{\partial^2 \vec{A}}{\partial t^2}$$

P2. Verifique el teorema de Gauss para el campo vectorial $\vec{F} : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ definido por

$$\vec{F}(x,y,z) = (4xz, xyz, 3z)$$

usando como volumen de integración $\Omega = \left\{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 \mid \sqrt{x^2+y^2} \leq z, y \geq 0, 0 \leq z \leq 4\right\}$ representado en la figura siguiente:



Calcule los flujos correspondientes a cada parte S_1, S_2, S_3 del borde de Ω, según se muestra en la figura.

P3. Calcule

$$I = \int_\gamma \left(\frac{x-2}{(x-2)^2+(y-1)^2} - 2y\right) dx + \left(\frac{y-1}{(x-2)^2+(y-1)^2}\right) dy$$

usando el Teorema de Green, donde γ es el arco del cuarto de círculo de la ecuación $(x-2)^2 + y^2 = 4$ que une $(0,0)$ con $(2,2)$.
Indicación: Considere la región "triangular" con vértices $(0,0)$, $(0,2)$ y $(2,2)$.