

$\hat{z} = \cos\theta \hat{r} - \sin\theta \hat{\theta}$

CONTROL 2
CÁLCULO AVANZADO Y APLICACIONES, 2015/2

Prof. J. Dávila, Aux: J. Marshall, S. Pérez

1. (a) (3 ptos) Considere el campo

$$F = r\hat{\theta}$$

expresado en coordenadas esféricas r, θ, ϕ . Calcule el flujo de F a través de la semi esfera descrita por

$$x^2 + (y-1)^2 + z^2 = 1, \quad x \geq 0.$$

- (b) (3 ptos) Considere el campo en coordenadas polares (r, θ)

$$F = e^{-r^2} \hat{r} + r^2 \hat{\theta}.$$

Calcule

$$\oint_{\Gamma} F \cdot d\vec{r}$$

donde Γ es la cardioide de ecuación

$$r = 1 - \cos\theta, \quad \theta \in [0, 2\pi].$$

2. (a) (2 ptos) Para la función

$$f(z) = \frac{3}{2}x^2 - xy + ixy^2, \quad x = \operatorname{Re}(z), \quad y = \operatorname{Im}(z),$$

determine en qué puntos es diferenciable. \rightarrow

- (b) (2 ptos) Encuentre el radio de convergencia de

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(n!)^2}{(2n)!} (z+i)^n$$

- (c) (2 ptos) Suponga que f es analítica en un abierto $\Omega \subset \mathbb{C}$. Muestre que

$$g(z) = \overline{f(\bar{z})}$$

es analítica en $\Omega^* = \{z : \bar{z} \in \Omega\}$.

3. (a) (3 ptos) Encuentre un desarrollo en serie de potencias para

$$\log(z^2 - 1)$$

en torno de 0 e indique el radio de convergencia. Explícite cuál rama del logaritmo está utilizando.

- (b) (3 ptos) Calcule

$$\oint_{C_R} \frac{e^{\pi z}}{z^3 + z} dz$$

donde C es la circunferencia de radio $R > 0, R \neq 1$, centrada en el origen, orientada positivamente.

$$\frac{e^{\pi z}}{z(z^2+1)}$$