

Auxiliar 7

Fecha: 03 de Octubre, 2017

P1. Dada una función $f : \Omega \rightarrow \mathbb{C}$. Demuestre que si f y \bar{f} son holomorfas, entonces f es una función constante.

P2. Si se sabe que $u(x, y) = \ln(x^2 + y^2) + x - 2y$ es la parte real de una función holomorfa $g(z)$. Encuentre la parte imaginaria de dicha función sabiendo que $g(1) = 1 - i$.

P3. Encuentre el disco de convergencia de las siguientes series de potencias:

- $\sum_{n=0}^{\infty} (n + a^n)z^n$, con $a > 1$
- $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{e^{in}}{2n+1} \left(\frac{2}{3i}\right)^n (z + 4i)^n$
- $\sum_{n=1}^{\infty} n!(z - i)^{n!}$

P4. Calcule la serie de potencias de $\frac{\log(1+z^2)}{2}$, en torno a 0.

P5. Demuestre que

$$f(z) = \begin{cases} \frac{1}{2i} \cdot \frac{e^{iz}-1}{z} & z \neq 0 \\ \frac{1}{2} & z = 0 \end{cases}$$

es holomorfa en el sentido complejo.