Auxiliar Extra: Preparacion Examen

Fecha: 5 de Diciembre 2017

P1 (P1 Examen 2015-2)

(a) Sea $q(x) = xAx$ una forma cuadratica

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 1 & -a \\ 1 & 1 & 0 \\ -a & 0 & 3 \end{pmatrix}$$

Encuentre el valor o los valores de a que permitan que A sea definida positiva

(b) Sea $c \in \mathbb{R}$ determine la conica que representa la ecuacion:

$$cx^2 + cy^2 + 2cxy - \sqrt{2}x + \sqrt{2}y = 0$$

Para los distintos valores de c

P2 (P2 Examen 2016-2)

Sea $S = \left\langle \left\{ \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} \right\} \right\rangle$ un subespacio de $\mathbb{R}^4$

(i) Encuentre un subespacio S' tal que $\mathbb{R}^4 = S \oplus S^{prime}$. Indique bases de S y S'.

(ii) Encuentre una base de $S^\perp$ donde:

$$S^\perp = \{w \in \mathbb{R}^4 : \langle w, s \rangle, \quad \forall s \in S\}$$

(iii) Encuentre una base ortonormal de S y completela para encontrar una base ortonormal de $\mathbb{R}^4$.

(iv) Encuentre explicitamente la proyeccion de $x = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{pmatrix}$ sobre S.

P3 (P2 C2 2014-2)

a) Sea $f : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^4$ una transformacion lineal tal que:

$$f \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 - 1 - 11 \end{pmatrix} \text{ y } Ker(f) = \left\langle \left\{ \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 3 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \right\} \right\rangle$$

i) Encuentre una base de Ker(f) reduciendo el conjunto generador dado e indique, justificando dim(Ker(f)) y dim(Im(f))

ii) Determine f(x) explicitamente, $\forall x \in \mathbb{R}^3$

iii) Encuentre la matriz representante de f con respecto a las bases

$$B_1 = \left\{ \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \right\} \text{ en } \mathbb{R}^3 \text{ y } \quad B_2 = \left\{ \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix} \right\} \text{ en } \mathbb{R}^4$$

b) Sea $T : V \to V$ una tranformacion lineal sobre el espacio V de dimension finita n. Pruebe que:

$$\text{Si } dim(Ker(T)) = dim(Ker(T^2) \Longrightarrow Im(T) = Im(T^2)$$