

GF4006, Métodos de Exploración Geofísica

Profesor Emilio Vera

Guía de Ejercicios Gravimetría

1) Usando la integral de contorno vista en clases:

$$g_z = 2 G \rho \oint_C z d\theta$$

Demuestre que la atracción gravitatoria de una placa horizontal infinitamente extendida de espesor h y densidad ρ viene dada por:

$$g_z = 2\pi G \rho h$$

(Corrección de Bouguer)

2) En la parte central de una cuenca sedimentaria se observa un residual de gravedad de -2 mgal. Utilizando una aproximación de Bouguer de capa plana:

$$\Delta g = 2\pi G \cdot \Delta\rho \cdot h$$

estime el espesor de sedimentos en esta parte de la cuenca. Para ello asuma una densidad de 2.7 gr/cc para el basamento de esta cuenca, y un relleno sedimentario poroso con una porosidad vacía de 10% y densidad matricial igual a la del basamento (para g en mgal, ρ en gr/cc y h en metros, $2\pi G = 0.04193$). ¿Cuál sería el resultado si la porosidad está llena de agua? ¿El procedimiento empleado sobre o subestima el espesor?

3) Considere una cuenca sedimentaria lateralmente muy extendida, cuyo relleno tiene una porosidad de 10% y una densidad matricial de 2.7 gr/cc. Inicialmente la porosidad de este relleno está repleta de agua hasta la superficie, pero debido a la sobre explotación del recurso hídrico subterráneo, el nivel freático comienza a profundizarse. Si Ud. dispone de un registro continuo de mediciones de gravedad en la superficie a partir del momento en que comienza la explotación del agua subterránea, y asumiendo que la porosidad del relleno se mantiene constante independientemente de si está vacía o llena de agua.

a) ¿Cuál sería su predicción para la variación de gravedad en función de de la profundidad h del nivel freático?

b) ¿Cuál sería esta variación para $h = 10$ m.? ¿Recomendaría un estudio gravimétrico con el propósito de detectar variaciones del nivel freático en una cierta región?

4) Explique brevemente y en forma clara los conceptos de:

a) Forma Normal de la Tierra b) Gravedad Normal c) Geoide

De las fórmulas correspondientes cuando sea pertinente.

5) En relación con la reducción de datos de gravimétricos, explique **resumidamente** los siguientes conceptos, dando las fórmulas correspondientes cuando sea pertinente:

- Corrección de aire libre.
- Corrección de Bouguer.
- Corrección topográfica.
- Corrección por latitud.
- Corrección por mareas terrestres (ETC).
- Anomalía de aire libre.
- Anomalía de Bouguer simple.
- Anomalía de Bouguer completa.

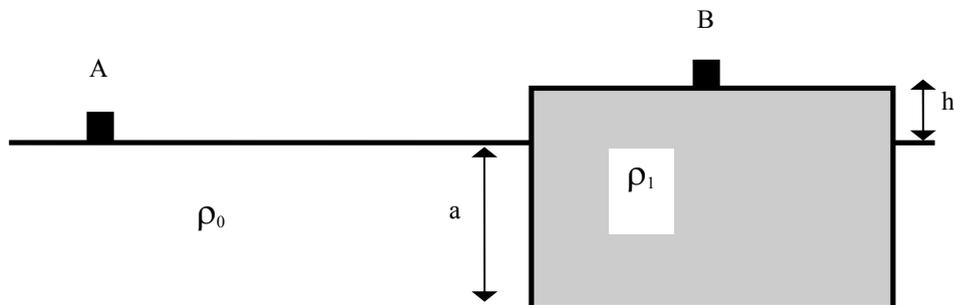
6)

a) Para una Tierra esférica de radio R_T , obtenga una fórmula para calcular el gradiente gravimétrico $\gamma(h)$ en función de la altura h por encima de su superficie. Exprese su resultado en función de γ_0 , el gradiente gravimétrico en la superficie terrestre $r = R_T$, $h = 0$.

b) Calcule el gradiente gravimétrico γ para una altura $h = 4$ km. Asuma $R_T = 6371$ km, $\gamma_0 = 0.3086$ mgal/m.

NOTA: $(1 + x)^n \approx (1 + nx)$, $x \ll 1$

7)

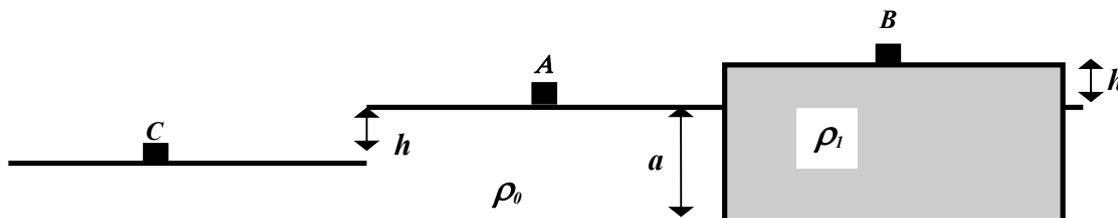


Considere la situación representada en la figura donde un bloque cortical de densidad ρ_1 está inserto en un medio de diferente densidad ρ_0 . Asumiendo que los puntos A y B están suficientemente alejados de los bordes del bloque como para que el efecto de estos sea despreciable:

a) Estime la diferencia de gravedad que esperarías encontrar en mediciones efectuadas en los puntos A y B.

b) ¿Qué condición se debe cumplir para que una vez hecha la corrección por altura la diferencia entre las mediciones sea nula? Interprete su resultado.

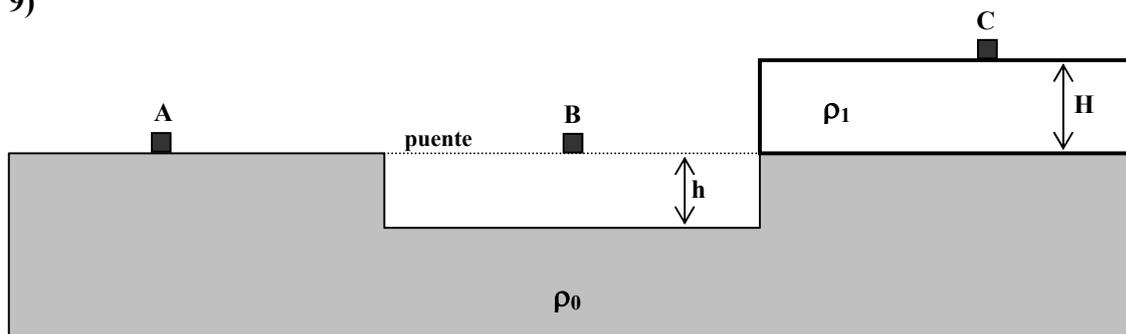
8)



Considere la situación representada en la figura donde un bloque cortical de densidad ρ_1 está inserto en un medio de diferente densidad ρ_0 . Asumiendo que los puntos A , B y C están suficientemente alejados de los bordes verticales como para que el efecto de estos sea despreciable:

- Estime la diferencia de gravedad que esperaría encontrar en mediciones efectuadas en los puntos A , B y C .
- ¿Qué condición se debe cumplir para que una vez hecha la corrección por altura la diferencia entre las mediciones A y B sea nula? Interprete su resultado.

9)



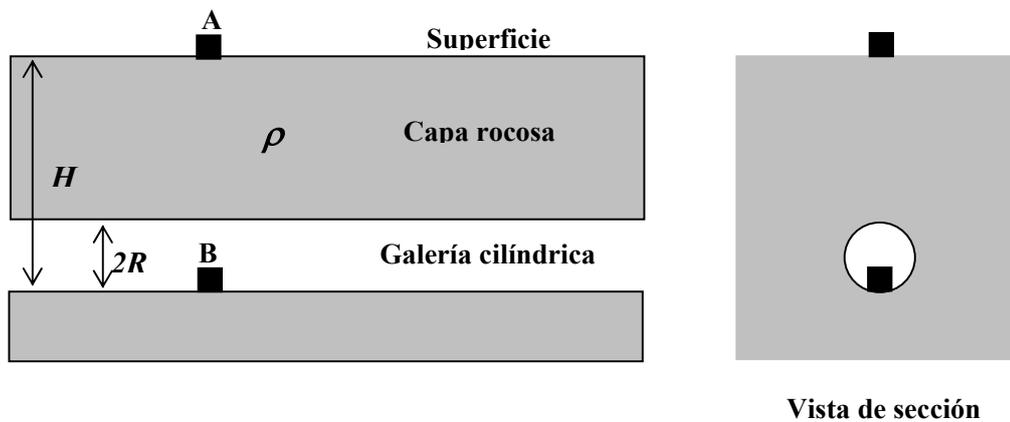
Considere la situación representada en la figura donde mediciones de gravedad son efectuadas en los puntos A , B y C . Los puntos A y B tienen la misma cota, y el punto B se encuentra en la mitad de un puente sobre un valle de profundidad h . Asumiendo que los puntos A , B y C están suficientemente alejados de los bordes verticales como para que el efecto de estos sea despreciable, y que el puente tiene un efecto gravitatorio despreciable:

- Encuentre expresiones para la diferencia de gravedad que esperaría encontrar en estas mediciones, es decir, $g_B - g_A$ y $g_C - g_A$.
- ¿Qué condición se debe cumplir para que la diferencia entre las mediciones A y C sea nula?
- Asuma $h = 20$ m, $H = 50$ m, $\rho_0 = 2.7$ gr/cc, $\rho_1 = 2$ gr/cc y estime valores numéricos para $g_B - g_A$ y $g_C - g_A$.

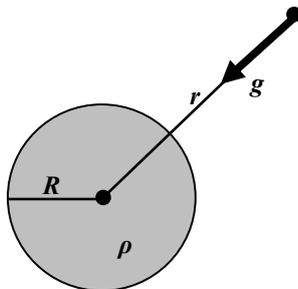
10) Para determinar la densidad ρ de la roca donde se sitúa la galería de una mina subterránea, se realizan mediciones gravimétricas en superficie (punto **A**), y sobre el piso de la galería (punto **B**), obteniéndose valores g_A y g_B respectivamente. Asumiendo que con buena aproximación la galería puede considerarse como un cilindro horizontal de radio R infinitamente extendido:

a) Encuentre una expresión para ρ en función de la diferencia de gravedad $dg = g_B - g_A$.

b) Estime ρ si $H = 60$ m, $R = 5$ m, y $dg = 6$ mgal.



NOTA: gravedad de cilindro infinito ($r \geq R$):

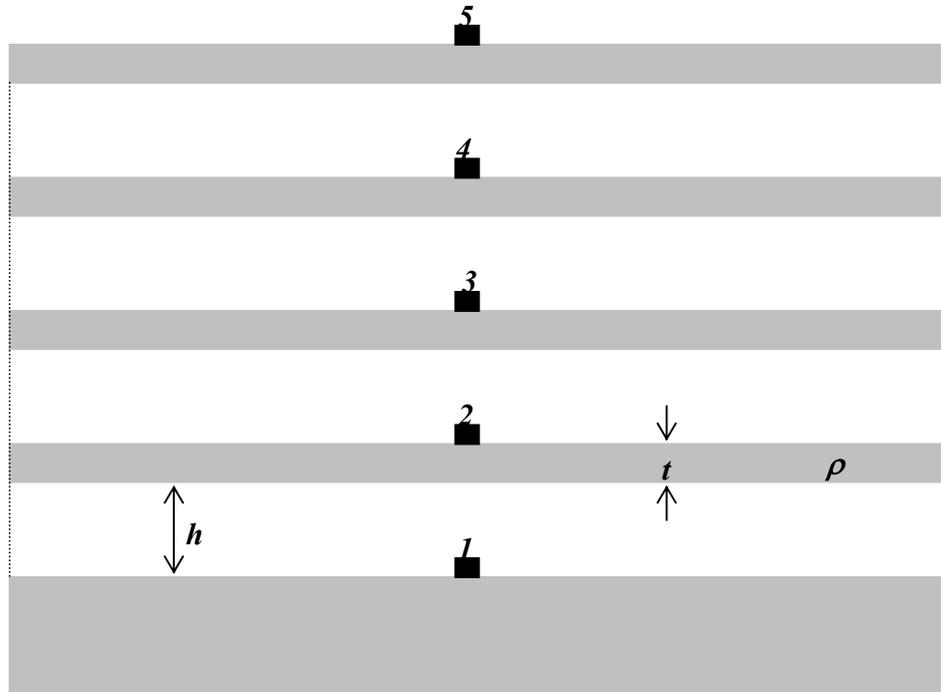


$$g(r) = \frac{2\pi G \rho R^2}{r}$$

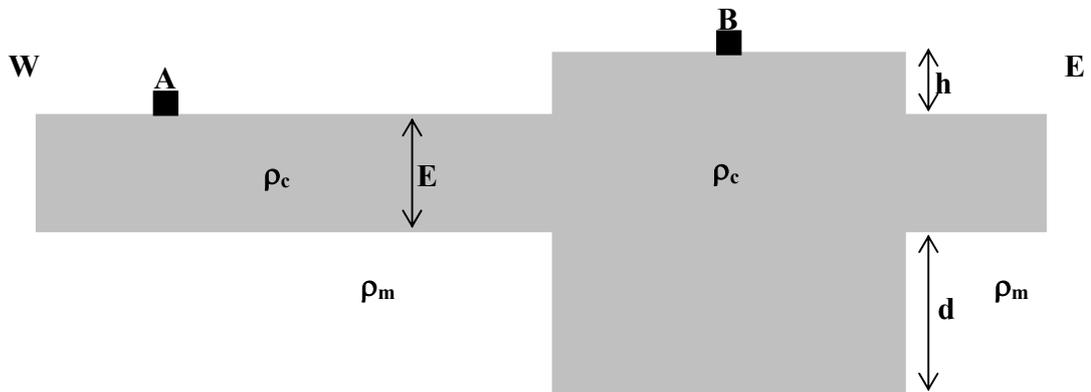
11) Para el edificio de la siguiente figura, suponga que se conoce el valor g_1 de la gravedad en el primer piso (punto 1 de la figura). En cada nivel la distancia entre piso y techo es h , el espesor de la losa entre pisos sucesivos es t , y su densidad es ρ .

a) Obtenga expresiones para las gravedades g_2 , g_3 , g_4 y g_5 en los puntos correspondientes sobre el segundo, tercero, cuarto piso, y sobre el techo respectivamente. Desprecie el efecto de las paredes, y considere que en primer orden las losas entre pisos se las puede considerar como infinitamente extendidas lateralmente.

b) Para $h = 2.5$ m, $t = 0.3$ m, $\rho = 2.5$ gr/cc, y un gradiente de aire libre de $\gamma = 0.3086$ mgal/m, calcule la diferencia de gravedad de los puntos 2 a 5 con respecto al punto 1. ¿Cómo difiere en este caso el gradiente de gravedad con altura con respecto al gradiente de aire libre?



12)



Considere un modelo simple de la zona central de Chile donde la cordillera se modela mediante un cuerpo de sección rectangular de altura h . Considere ahora 2 puntos, uno al W en la zona costera (A), y el otro al E al centro de la cordillera (B). La cordillera presenta una raíz cortical de espesor d que compensa isostáticamente su elevación, es decir:

$$d = \frac{\rho_c}{\rho_m - \rho_c} h$$

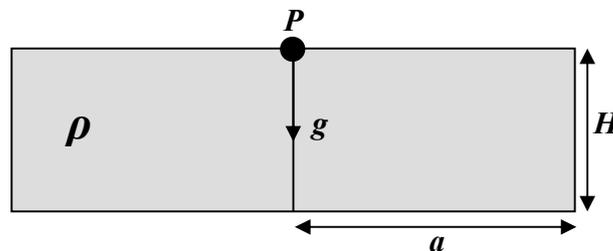
donde ρ_c y ρ_m son las densidades de la corteza y manto respectivamente. Asumiendo que los puntos A y B están suficientemente alejados de los bordes del bloque cordillerano como para que el efecto de estos sea despreciable:

a) Encuentre una expresión para la diferencia de gravedad $g_B - g_A$, del punto B con respecto al punto A, y evalúe su resultado considerando $\rho_c = 2.8 \text{ gr/cc}$, $\rho_m = 3.3 \text{ gr/cc}$, y $h = 4 \text{ km}$.

b) Encuentre una expresión para la diferencia de la anomalía de Bouguer de B con respecto de A (punto A esta sobre datum). Evalúe su resultado.

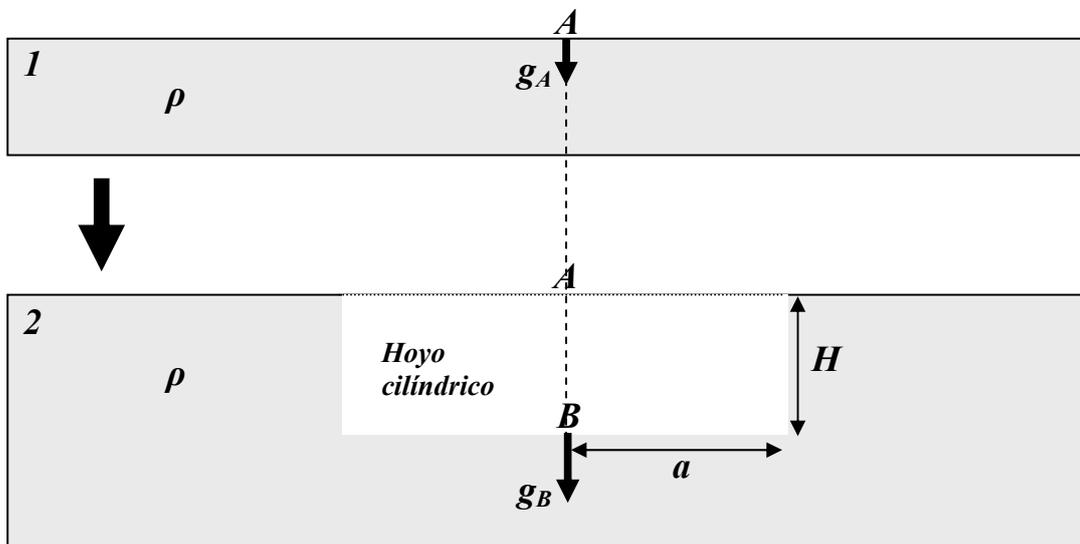
c) Asumiendo una distancia entre A y B de 150 km, ¿Cual es la tendencia regional para la anomalía de Bouguer estimada por este modelo?

13) Considere un cilindro de radio a , altura H , y densidad ρ .



a) Por integración obtenga una expresión para la atracción gravitatoria g que este cilindro ejerce sobre el punto central de una de sus caras circulares (punto P en figura).

b) Sobre el punto central (A) de un terreno plano donde se construirá un edificio, se lleva a cabo una medición gravimétrica cuyo valor es g_A . Con el objeto de fundar el edificio y construir subterráneos, en la primera etapa de la faena se cava un hoyo cilíndrico de radio a y altura H . Luego de esto y antes de proseguir con la construcción, se mide la gravedad sobre el piso del hoyo (punto B), justo por debajo del punto A , obteniéndose el nuevo valor g_B . Utilizando el resultado obtenido en a), encuentre una expresión para $\Delta g = g_B - g_A$ en función de a , H , la densidad ρ del material extraído, y el gradiente gravimétrico de aire libre γ .



c) Asuma $\Delta g = g_B - g_A = 3.5 \text{ mgal}$, $a = H = 20 \text{ m}$, y estime con ello la densidad ρ del material extraído. Para el gradiente gravimétrico de aire libre utilice el valor estándar $\gamma = 0.3086 \text{ mgal/m}$.

14) Considere un modelo de la Tierra con una densidad interna esféricamente simétrica, la que varía linealmente entre un valor ρ_c en su centro ($r = 0$), a un valor ρ_o en su superficie ($r = R_T$).

a) Asumiendo que el valor de la gravedad en la superficie de la Tierra debe ser el valor normal $g = g_o$, determine ρ_c en función de ρ_o y ρ_m , donde ρ_m es la densidad media de la Tierra.

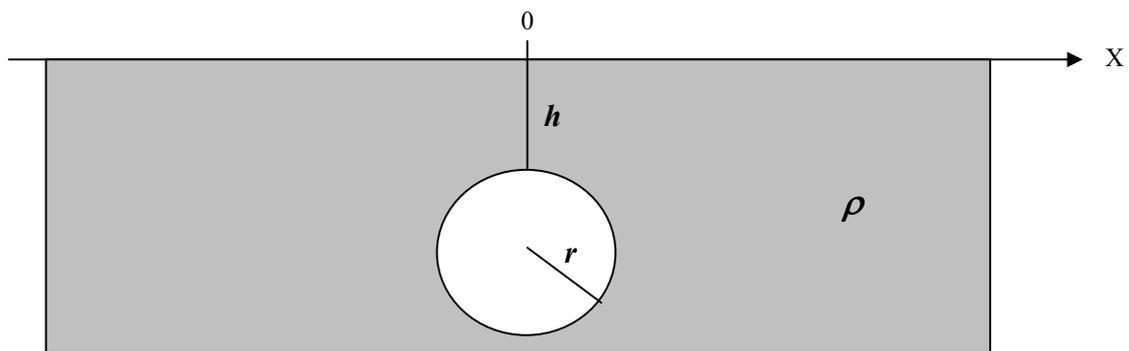
b) En este modelo, ¿Cual es el máximo valor que puede tomar ρ_o ?

15) A bordo de un submarino, se lleva a cabo un perfil gravimétrico vertical desde la superficie $z = 0$ a el fondo oceánico $z = h$, en una zona con batimetría que en primera aproximación puede considerarse plana.

a) Determine el gradiente gravimétrico dg/dz que esperaría encontrar en este experimento.

b) Para $h = 2000 \text{ m}$, estime la diferencia de gravedad entre la superficie del mar y el fondo oceánico.

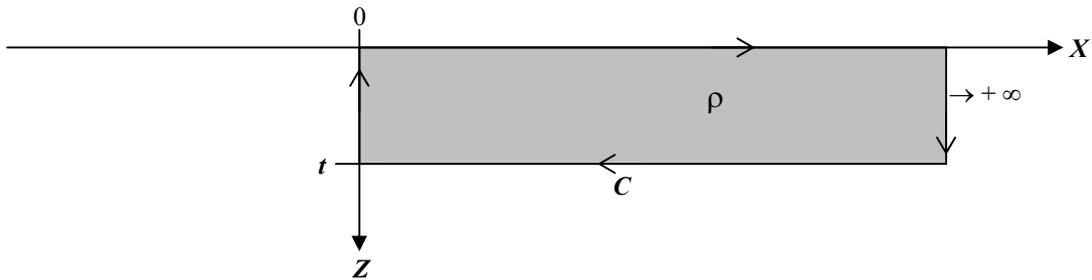
16) Sobre la superficie plana de una zona donde existe un túnel cilíndrico muy largo de radio r y a una profundidad h , se lleva a cabo un perfil gravimétrico en una dirección perpendicular al eje del túnel. Determine la anomalía gravimétrica a lo largo del perfil (eje x) que espera encontrar por efecto del túnel. Para $h = 10 \text{ m}$, $r = 5 \text{ m}$, y una densidad de la roca circundante $\rho = 2.7 \text{ gr/cc}$ ¿Cual es la amplitud máxima de esta anomalía? ¿Sería posible mediante gravimetría detectar la presencia de este túnel?



17) Usando la integral de contorno vista en clases:

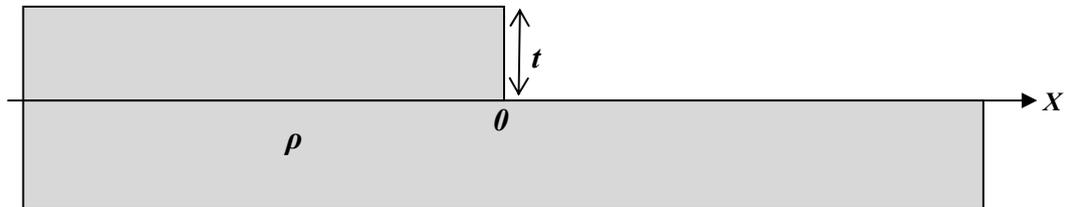
$$g_z = 2 G \rho \oint_C z d\theta$$

a) Encuentre una expresión para el efecto gravitatorio (g_z) sobre el eje x , de una placa horizontal seminfinita de espesor t y densidad ρ representada en la figura. El borde derecho de esta placa se encuentra en $x \rightarrow +\infty$, el izquierdo en $x = 0$, y el superior en $z = 0$ coincidiendo con el eje x .



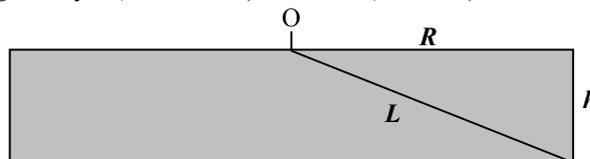
b) Grafique esquemáticamente su resultado, ¿Cuales son los valores de g_z para $x \rightarrow \pm \infty$? Interprete su resultado.

c) Utilizando el resultado de la parte a), encuentre una expresión para la corrección topográfica $CT = CT(x)$ de un escalón bidimensional de altura t como el representado más abajo. Grafique esquemáticamente su resultado.



18) Para llevar a cabo la corrección topográfica según el esquema de “Hammer”, el cálculo más relevante es el de la atracción gravitatoria g , de un cilindro de radio R , altura h , y densidad ρ , sobre el punto central (O) de una de sus caras.

a) Demuestre que $g = 2\pi\rho G(R + h - L)$, $L = (R^2 + h^2)^{1/2}$



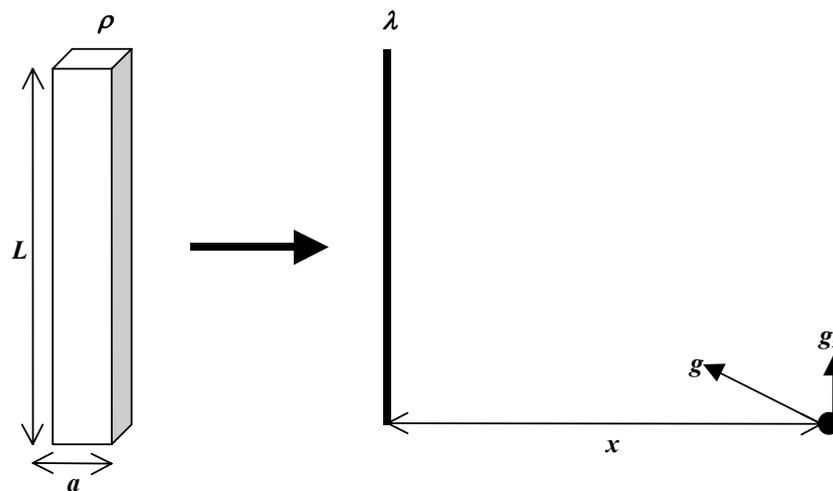
b) En base a la formula de la parte a), estime la atracción gravitatoria (componente vertical) en el punto central O, de un sector circular recto de densidad 2.7 gr/cc, espesor h de 100 m, y radio externo R de 200 m (ver figura).

19)

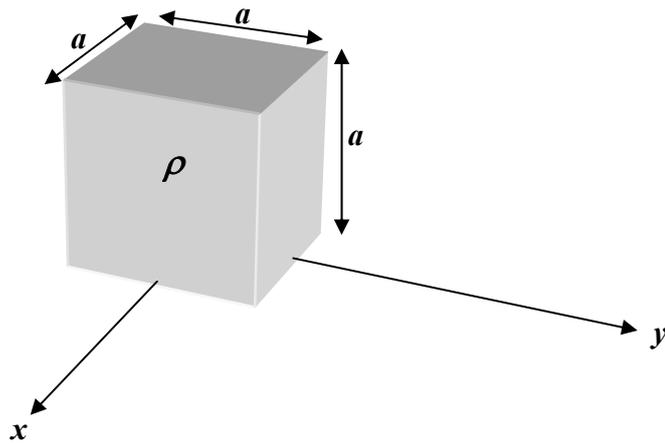
a) Calcule la atracción gravitatoria vertical g_z (corrección topográfica) de una columna vertical de base cuadrada de lado a , alto L y densidad ρ , en un punto P al nivel de la base y a una distancia x del eje de la columna. Para hacer este cálculo, aproxime la columna por una línea de masa vertical coincidente con el eje de la columna, con una densidad lineal equivalente $\lambda = a^2 \rho$ (masa / unidad de largo).

b) Estime g_z si $L = 50$ m, $a = 10$ m, $x = 100$ m y $\rho = 2.67$ gr/cc.

c) Suponiendo que en una cierta área de estudio dispone de una topografía digital con valores de cota en una grilla cuadrada de puntos, explique cómo podría usar el resultado de a) para estimar la corrección topográfica a medidas gravimétricas llevadas a cabo en el área. ¿Cómo podría usar este método para considerar zonas que se encuentran bajo el punto de medida?

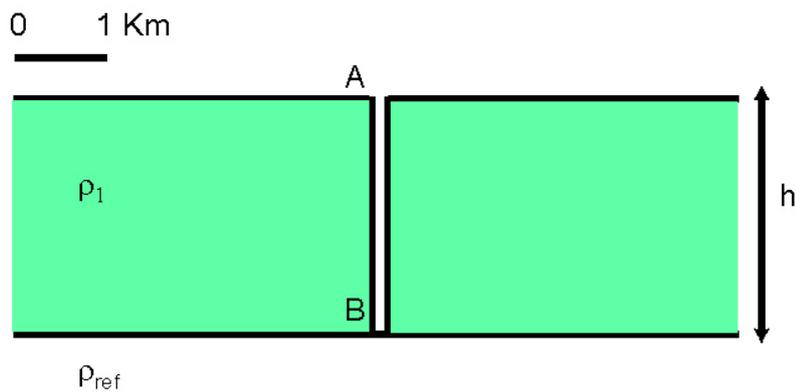


20) Considere un cerro cúbico de lado a y densidad ρ situado sobre el plano $(x-y)$, centrado en el origen y con su base ocupando el área definida por: $-a/2 \leq x \leq a/2$, $-a/2 \leq y \leq a/2$. Obtenga una expresión para la corrección topográfica dg_T originada por este cerro sobre el plano $(x-y)$ a lo largo del eje x ; obtenga $dg_T = dg_T(x)$ para $x \geq a/2$. Asuma para ello que aproximadamente el efecto gravitatorio de este cerro lo podemos concentrar en su centro de gravedad, es decir en el centro geométrico del cubo.

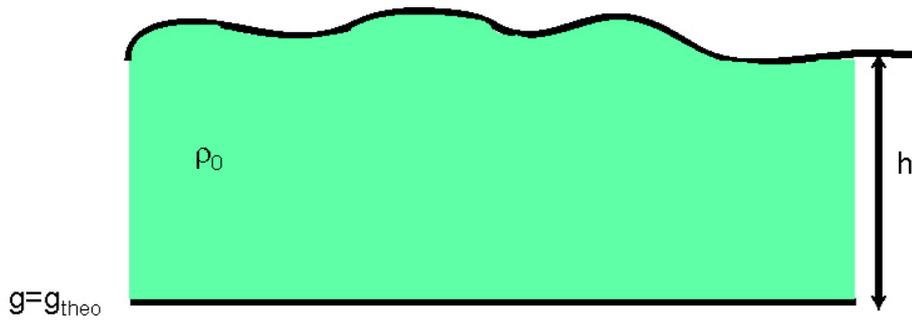


21)

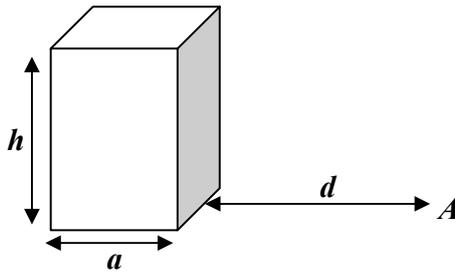
a) Para determinar la densidad del subsuelo se midió la gravedad en los puntos *A* y *B* de la figura. Ambos puntos se ubican en los extremos de un pozo que se perforó en una unidad de roca cuya densidad uniforme ρ_1 que es la que se busca. Asumiendo que el diámetro del pozo es despreciable, indique como se puede estimar ρ_1 a partir de las mediciones gravimétricas en los puntos *A* y *B*.



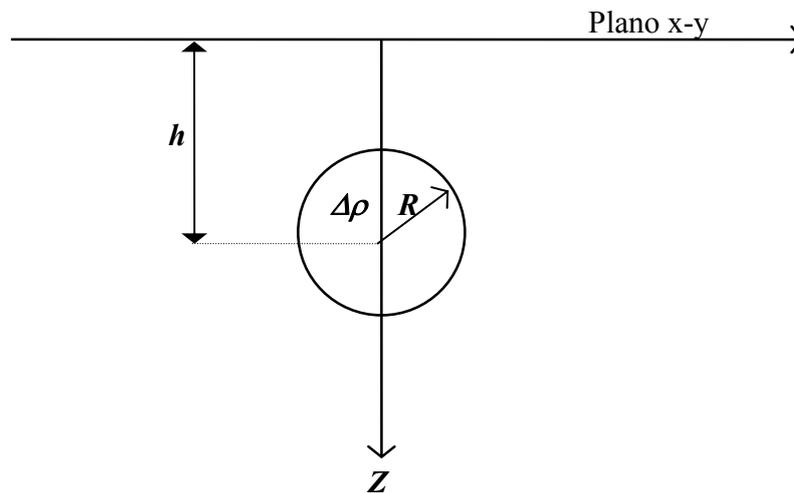
b) Otra forma de calcular la densidad in situ de un terreno se efectúa normalmente haciendo uso del método de Parasnis. Este se basa entre otras suposiciones, en la ausencia de heterogeneidades geológicas en el substrato del perfil levantado, tal como se grafica en la figura. Expresé la anomalía de Bouguer completa para este levantamiento. Suponga que el modelo gravimétrico usado se ajusta exactamente a sus datos (g_{obs}), determine la densidad del substrato a partir de la anomalía de Bouguer completa.



22) Considere un punto A donde se han hecho mediciones de gravedad antes y después de la construcción de un edificio de altura h y base cuadrada de lado a . Estime la diferencia de gravedad que esperaría encontrar en mediciones antes y después de la construcción del edificio. Para ello asuma que $h = 40$ m, $a = 20$ m, y una distancia d entre el edificio y el punto de medición A de 30 m. Asuma además una densidad media para el edificio de 0.5 gr/cc, y que aproximadamente el efecto gravitatorio del edificio lo podemos concentrar en su centro de gravedad.



23)



a) Para la esfera de radio R y contraste de densidad $\Delta\rho$ representada en la figura, calcule la anomalía de gravedad g_z en la superficie $z = 0$.

b) sub Integre esta anomalía en todo el plano (x-y) y compruebe en este caso particular la relación general,

$$\iint_{\text{Planox-y}} g_z ds = 2\pi G \Delta M$$

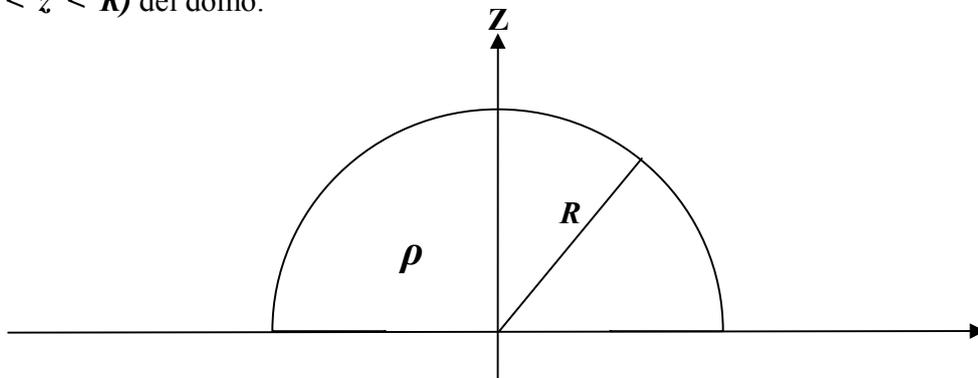
donde ΔM es el exceso de masa que representa la esfera.

c) Asuma $R = 500$ m, un contraste de densidad de 0.2 gr/cc, y grafique la anomalía correspondiente a $h = 1000$ m, $h = 2000$ m.

d) Justifique porque el resultado de la parte b) puede ser aplicado a una distribución arbitraria de exceso de masa por debajo del plano x-y. ¿Cómo se liga este resultado con la ley de Gauss vista es clases?

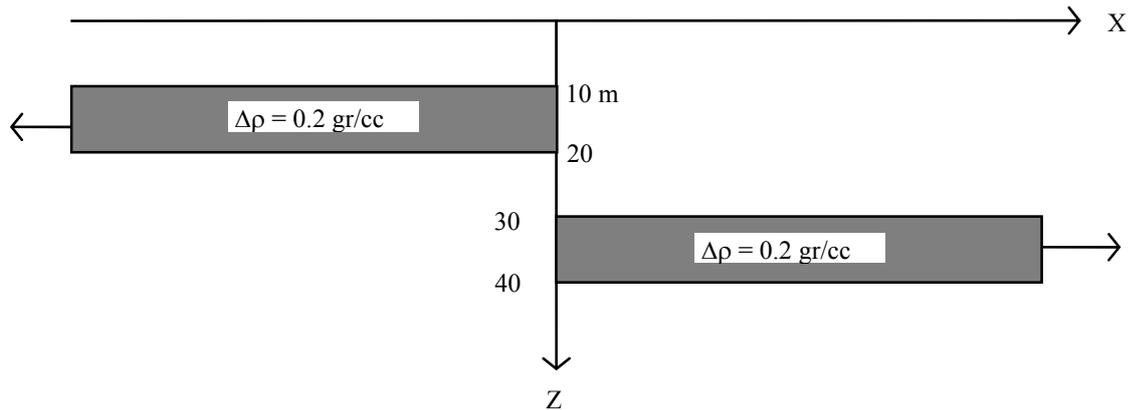
24) Considere ahora que la figura del problema anterior representa la sección de un cilindro infinitamente extendido en la dirección y , digamos saliendo y entrando de la página. Use el teorema de Gauss y calcule la anomalía gravitatoria en la superficie $z = 0$, tal como en la pregunta 22a. Compare esta anomalía con la de la esfera correspondiente.

25) Considere un domo semiesférico de radio R y densidad constante ρ . Calcule la gravedad que este domo ejerce a lo largo de todo el eje z , tanto fuera ($z \leq 0$, $z \geq R$) como dentro ($0 < z < R$) del domo.

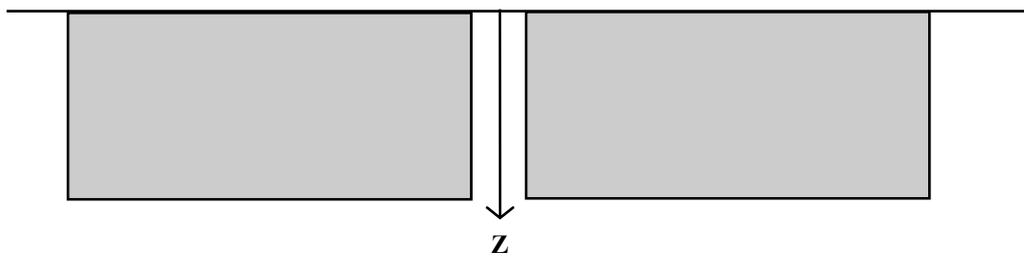


26) Calcule la anomalía gravimétrica correspondiente a la “falla vertical” representada en la figura de más abajo. Esta anomalía se puede calcular mediante la superposición de dos placas semi-infinitas. El resultado para una placa semi-infinita se puede obtener mediante la integral de contorno vista en clases.

$$g_z = 2 G \rho \oint_C z d\theta$$



27) ¿Qué variación de gravedad en función de la profundidad Z esperaría encontrar en mediciones llevadas a cabo en el pozo representado en la figura de más abajo? Asuma una densidad ρ constante para el medio donde se ha cavado el pozo, y de que el diámetro del mismo es suficientemente pequeño como para que el material extraído no afecte las mediciones.



28) Calcule la anomalía gravitatoria (g_z) en el origen ($x=0, z=0$), debida al cuerpo rectangular bidimensional representado en la figura siguiente; el cuerpo es infinitamente extendido en la dirección y y ¿Cómo llevaría a cabo su cálculo si el cuerpo fuera limitado entre $-L$ y L en el eje y ?

