

FI3002 - 1 Métodos Matemáticos de la Física

6 de octubre de 2017

Auxiliar 5

Profesor: *Andres Meza*Auxiliar: *Sergio Leiva*

P1. Encuentre la expansión en serie de potencias de la función:

$$f(z) = \frac{1}{1+z^2}$$

arededor del punto $z=1$, y encuentre el radio de convergencia de la serie.

P2. Desarrollar $f(z) = \frac{1}{(z+1)(z+3)}$ en una serie de Laurent válida para:

- a) $1 < |z| < 3$
- b) $|z| > 3$
- c) $0 < |z+1| < 2$
- d) $|z| < 1$

P3. Sea a un valor real. tal que $-1 < a < 1$.

a) Derive la representación en series de Laurent de:

$$\frac{a}{z-a} = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{a^n}{z^n} \quad (|a| < |z| < \infty)$$

b) Tomando $z = e^{i\theta}$ en la ecuación de la parte a), obtenga las siguientes formulas:

$$\sum_{n=1}^{\infty} a^n \cos n\theta = \frac{a \cos \theta - a^2}{1 - 2a \cos \theta + a^2} \quad y \quad \sum_{n=1}^{\infty} a^n \sin n\theta = \frac{a \sin \theta}{1 - 2a \cos \theta + a^2}$$

P4. Calcule:

$$\oint_C \frac{dz}{z^2 \sinh z}$$

Donde C es $|z| = 1$ orientado positivamente.