

FI3002 - 1 Métodos Matemáticos de la Física

1 de septiembre de 2017

Auxiliar 3

Profesor: *Andres Meza*Auxiliar: *Sergio Leiva*

P1. Encuentre los puntos rama y discuta los posibles cortes de rama para las siguientes funciones:

i) $\frac{1}{(z-i)^{1/2}}$

ii) $(z+1-2i)^{1/4}$

iii) $z^{\sqrt{2}}$

P2. Calcular,

(a) $\oint_C \frac{\sin(\pi z^2) + \cos(\pi z^2)}{(z-1)(z-2)} dz$

(b) $\oint_C \frac{e^{2z}}{(z+1)^4} dz$

Donde C es el círculo $|z| = 3$

P3. Probar que :

$$\int_0^{2\pi} \cos^{2n}(\theta) d\theta = \frac{1 \cdot 3 \cdot 5 \cdots (2n-1)}{2 \cdot 4 \cdot 6 \cdots (2n)} 2\pi$$

donde $n = 1, 2, 3, \dots$

P4. Sea C el círculo unitario $z = e^{i\theta}$ ($-\pi \leq \theta \leq \pi$).

(a) Muestre que para cualquier constante a real se cumple lo siguiente:

$$\int_C \frac{e^{az}}{z} dz = 2\pi i$$

(b) Escriba la integral anterior en terminos de θ para derivar la siguiente formula:

$$\int_0^\pi e^{a \cos(\theta)} \cos(a \sin(\theta)) d\theta = \pi$$