

FI3002 - 1 Métodos Matemáticos de la Física

25 de agosto de 2017

Auxiliar 2

Profesor: *Andres Meza*

Auxiliar: *Sergio Leiva*

P1. Encuentre el valor de la integral :

$$I = \int_C \bar{z} dz \quad (1)$$

Cuando C es la mitad derecha del círculo,

$$z = 2e^{i\theta}, \quad \left(-\frac{\pi}{2} \leq \theta \leq \frac{\pi}{2}\right)$$

Es decir $|z| = 2$, desde $z = -2i$ a $z = 2i$

P2. Use la representación paramétrica para integrar :

$$\int_C \frac{z+2}{z} dz \quad (2)$$

En los siguientes contornos:

- (a) El semicírculo $z = 2e^{i\theta}$ ($0 \leq \theta \leq \pi$)
- (b) El semicírculo $z = 2e^{i\theta}$ ($\pi \leq \theta \leq 2\pi$)
- (c) El semicírculo $z = 2e^{i\theta}$ ($0 \leq \theta \leq 2\pi$)

P3. Si C_0 y C describen los círculos:

$$z = z_0 + Re^{i\theta} \quad (-\pi \leq \theta \leq \pi) \quad y \quad z = Re^{i\theta} \quad (-\pi \leq \theta \leq \pi)$$

respectivamente.

- (a) Use estas representaciones paramétricas para mostrar que:

$$\int_{C_0} f(z - z_0) dz = \int_C f(z) dz$$

- (b) Calcule las integrales:

$$\int_C z^{a-1} dz \quad y \quad \int_C \frac{dz}{z}$$

con a cualquier valor real no nulo.

(c) Aplique el resultado de la parte (a) en las integrales de la parte (b) para mostrar los siguientes resultados:

$$\int_{C_0} (z - z_0)^{n-1} dz = 0 (n = \pm 1 \pm 2 \dots) \quad y \quad \int_{C_0} \frac{dz}{z - z_0} = 2\pi i$$

P4. Sea F una función compleja y continua en el intervalo $[a, b]$. Pruebe que:

$$\left| \int_a^b F(t) dt \right| \leq \int_a^b |F(t)| dt$$