Pauta: Ejercicio 1

I.- Corriente Continua, Asociación de resistencias y Potencia Eléctrica: N ampolletas ohmnicas iguales de resistencia 100 Ω se colocan en paralelo con una fuente de poder de 10 V. Sabiendo que la potencia elctrica máxima que la fuente puede entregar es 10 kW:

- Cuánto vale N para disipar la potencia máxima ?

  Sabiendo que la potencia máxima P es 10 kW, y que ésta es igual a la caída de tensión aplicada $V_o = 10$ V multiplicada por la corriente total I, calculamos la resistencia efectiva del arreglo de N resistencias en paralelo, $R_{eff} = R/N$, con lo que sabemos que la corriente total será $I = NV_o/R$, y que la potencia disipada será $P = IV_o = NV_o^2/R =$ 10kW. As que $N = 10^4$.

- Si de estas N ampolletas se desconectaran 100 focos, se necesita una resistencia adicional para disipar la potencia mxima. Cul debe ser el valor de la resistencia si se coloca en serie?. Cul es la pérdida de potencia de la resistencia?.

  Si se desconectan 100 focos, la nueva resistencia efectiva sería $R_{eff} = R/9900 > R/10000$. Habría entonces que conectar una resistencia negativa en en serie igual a $R_- = -(R/9900 - R/10000)$ para disipar la misma potencia eléctrica máxima y su potencia "disipada" sería $P_- = V_o^2/R_-$.

Leyes de Ohm y Tiempos de Decaimiento: En el circuito de la figura, a partir de un instante inicial (t=0), se cierra el circuito mediante el interruptor que se muestra en la figura. As, se le pide:

- Calcule los voltajes en las dos resistencias apenas se cierra el circuito

  Si el condensador estaba descargado, apenas se cierra el circuito, la corriente que pasa por la resistencia de 120 Ω es cero (porque la carga en el condensador es cero y está en paralelo con esta resistencia), y por eso el voltaje en esa resistencia es cero apenas se cierra el circuito. As, en la otra resistencia el voltaje medido es el voltaje entregado $V_o = 120$ V.

- Calcule las corrientes i_1, i_2, e i_3 que circulan una vez que pasa un tiempo muy largo (t tendiendo a infinito).

  Una vez que pasa mucho tiempo, el condensador ya se cargó por lo que no puede cambiar su carga en el tiempo, por lo que no pasa corriente por ahí. Así que i_2 es cero e $i_1 = i_2 = V_o/(R_1 + R_2) = 0.75$ A.

- Calcule las voltajes en las resistencias en función del tiempo

  El cáculo es directo de las leyes de Kirchoff. Si el voltaje en la resistencia R_1 de 40 Ω es V_1, en la resistencia de R_2 de 120 Ω es V_2 y en el condensador es V_c, tenemos que

$$\begin{aligned} V_o &= V_1 + V_c = V_1 + V_2 \\ i_1 &= i_2 + i_3 = \frac{dQ}{dt} + i_3. \end{aligned} \quad (1)$$

  donde $Q(t)$ es la carga del condensador en tiempo. Si usamos que $V_1 = i_1R_1$, $V_2 = i_3R_2$ y que $i_2 = Q/(CR_2)$, tenemos que la ecuación de movimiento para la carga es

$$\frac{dQ}{dt} + \frac{Q}{C}(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}) = V_o \quad (2)$$

  As, la carga en el condensador satisface una ecuación diferencial ordinaria de primer orden con solución $Q(t) = CV_o(1 - \exp(-t/\tau)$, con $\tau = CR_1R_2/(R_1 + R_2)$. El voltaje en la resistencia R_1 será

$$V_1 = R_1(\frac{dQ(t)}{dt} + \frac{Q(t)}{R_2C})$$

  y el voltaje en R_2 será

$$V_2 = \frac{Q(t)}{C}$$

- Calcule y trafique la potencia disipada en ambas resistencias en función del tiempo.

  La potencia en cada resistencia será $P_i = V_i^2/R_i$, por lo que será simple de calcular y graficar.