Auxiliar 0

Matemáticas[1]

FI2002-6: Electromagnetismo
4 de agosto de 2017

Profesor: Francisco Brieva
Auxiliares: Manuel Morales, Nicolás Valdés

P1. Juguemos con ∇:

(a) Considere el campo escalar

$$f(\vec{r}) = \sin(2y)e^{xz}$$

Calcule ∇f, $\nabla^2 f$, y (propuesto) $\nabla \times (\nabla f)$.

(b) Ahora considere estos campos vectoriales:

$$\vec{v}(\vec{r}) = (x^2 + y^2)\hat{\rho}$$
$$\vec{B}(\vec{r}) = -y\hat{i} + x\hat{j}$$
$$\vec{E}(\vec{r}) = \frac{\hat{r}}{r^2}$$

Dibuje los campos. Calcule sus divergencias y rotores. ¿Tiene sentido calcular sus gradientes?

P2. Juguemos con integrales:

(a) Calcule la integral de línea de $\vec{H}(\vec{r}) = \alpha\vec{r}$ para dos caminos que unen al punto $(0, 0)$, con (α, α). El primer camino va a lo largo del eje x y luego el eje y en líneas rectas. El otro va en una línea recta que conecta los dos puntos extremos del camino.

(b) Considere el siguiente campo vectorial:

$$\vec{E}(\vec{r}) = \frac{\vec{r}}{r^3}$$

Calcule la integral de flujo de este campo sobre una esfera de radio R, centrada en el origen.

P3. Cosas bacanes:

(a) (Propuesto) Verifique el teorema de Stokes considerando el siguiente campo:

$$\vec{v}(\vec{r}) = 2y^2\hat{i} - 5x\hat{j}$$

Integre sobre un cuadrado con esquinas en $(0, 0, 0), (0, 1, 0), (1, 0, 0), (1, 1, 0)$. Tome el camino que quiera, pero luego tenga cuidado con la integral sobre el área.

(b) Considere el campo:

$$\vec{F}(\vec{r}) = \left(\sin(x^2)e^{-xy}\right)\hat{i} + \left(2\cos(x^2)e^{-xy}\right)\hat{j} + \left(yz\sin(x^2)e^{-xy}\right)\hat{k}$$

Calcule su integral de flujo sobre un cono cerrado de radio R y altura h cuya base está centrada en el origen.

(c) Recuerde los resultados del P1 (b), y del P2 (b) (sobre $\vec{E}$), y considere el teorema de Gauss. ¡¿Qué pasó?!

[1] La matemática es la reina de las ciencias. – Gauss