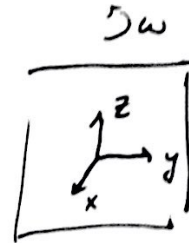
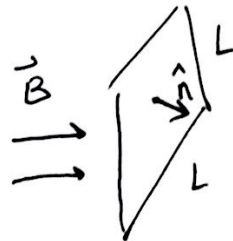


P5 FEM: $\mathcal{E} = - \frac{d\Phi}{dt}$, donde $\Phi = \int \vec{B} \cdot d\vec{S}$

(a) $\nearrow$ Ley de Faraday

$\vec{B}$ es constante, y el área del alambre también. Lo que cambia es el ángulo entre ellos. Si llamamos $\hat{n}$ a la normal a la superficie del alambre,



$$\vec{B} = B \hat{y} \quad \Phi = \int \vec{B} \cdot d\vec{S} = \int \underbrace{B \hat{y} \cdot \hat{n}}_{\substack{\text{No dependen} \\ \text{de } y, z}} dy dz = B \hat{y} \cdot \hat{n} \int dy dz = BL^2 \hat{y} \cdot \hat{n}$$

$\hat{n}$ va girando con el alambre; apuntará en $\hat{p}$!

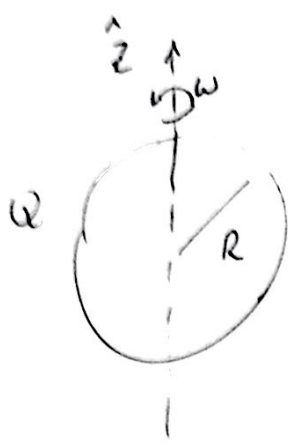
$$\Rightarrow \Phi = BL^2 \hat{y} \cdot \hat{p} = BL^2 \hat{y} \cdot (\hat{x} \cos \varphi + \hat{y} \sin \varphi) = BL^2 \sin \varphi$$

$\varphi(t) = \varphi_0 + \omega t$ (el alambre rota con velocidad angular ω).
 $\nearrow$ Ángulo inicial

$$\Rightarrow \mathcal{E} = - \frac{d\Phi}{dt} = \boxed{-BL^2 \omega \cos(\omega t + \varphi_0)}$$

(b) $\mathcal{E} = IR \Rightarrow \boxed{I = - \frac{BL^2 \omega \cos(\omega t + \varphi_0)}{R}} \quad \therefore$

P3



$$\rho = \frac{Q}{V} = \frac{3Q}{4\pi R^3}$$

$\vec{J} = \rho \vec{v}$ Hay que encontrar esto!

La estera es un sólido rígido, entonces para todas las partículas que la componen, $\vec{v}$ apuntará en $\hat{\phi}$.

La rapidez va a depender solo de la distancia d al eje $\hat{z}$, y tendrá magnitud ωd .

$$d = r \sin \theta \Rightarrow \vec{v} = \omega r \sin \theta \hat{\phi} \Rightarrow \underline{\vec{J} = \rho \omega r \sin \theta \hat{\phi}}$$

Biot-Savart: $\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \int \frac{\vec{J} \times (\vec{r} - \vec{r}')}{|\vec{r} - \vec{r}'|^3} dV$ $\vec{r} = \vec{0}$ porque queremos ver $\vec{B}$ en el centro.

$$\vec{r}' = r \hat{r} \Rightarrow \vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \int \frac{\rho \omega r \sin \theta \hat{\phi} \times (-r \hat{r})}{r^3} r^2 \sin \theta dr d\theta d\phi$$

$$= \frac{-\mu_0 \rho \omega}{4\pi} \int r \hat{\theta} \sin^2 \theta dr d\theta d\phi = \frac{-\mu_0 \rho \omega}{4\pi} \cdot \frac{R^2}{2} \int \hat{\theta} \sin^2 \theta d\theta d\phi$$

$$= \frac{-\mu_0 \rho \omega R^2}{8\pi} \int_0^{2\pi} \int_0^\pi [\hat{x} \cos \phi + \hat{y} \sin \phi] \cos \theta - \hat{z} \sin \theta \sin^2 \theta d\theta d\phi$$

$$\int_0^\pi \sin^2 \theta \cos \theta d\theta = \int_{u=-1}^{u=1} u^2 du = \frac{1}{3} u^3 \Big|_{-1}^1 = 0 \Rightarrow \text{se cancelan } \hat{x}, \hat{y} \text{ (tmb. se ve por simetría)}$$

$$\Rightarrow \vec{B} = \frac{\mu_0 \rho \omega R^2}{8\pi} \hat{z} \int_0^{2\pi} \int_0^\pi \sin^3 \theta d\theta d\phi = \frac{\mu_0 \rho \omega R^2}{4} \hat{z} \int_0^\pi \sin^3 \theta d\theta$$

$$= \frac{\mu_0 \rho \omega R^2}{4} \hat{z} \int_0^\pi \sin \theta (1 - \cos^2 \theta) d\theta = \frac{\mu_0 \rho \omega R^2}{4} \hat{z} \left[-\cos \theta \Big|_0^\pi - \int_0^\pi \sin \theta \cos^2 \theta d\theta \right]$$

$$= \frac{\mu_0 \rho \omega R^2}{4} \hat{z} \left[2 + \int_{-1}^1 u^2 du \right] = \frac{\mu_0 \rho \omega R^2}{4} \hat{z} \left[2 - \frac{1}{3} - \frac{1}{3} \right] = \frac{\mu_0 \rho \omega R^2}{3} \hat{z}$$

$$\Rightarrow \boxed{\vec{B} = \frac{\mu_0 Q \omega \hat{z}}{4\pi R}}$$

Tenemos una distribución volumétrica $\Rightarrow \vec{m} = \frac{1}{2} \int \vec{r}' \times \vec{j} dV'$

$$= \frac{1}{2} \int (r \hat{r} \times \rho \omega r \sin \theta \hat{\phi}) \cdot r^2 \sin \theta dr d\theta d\phi = -\frac{\rho \omega}{2} \int r^4 \cdot \sin^2 \theta \cdot \hat{\theta} dr d\theta d\phi$$

Esta integral es casi idéntica a la que hicimos recién ;, solo cambia la parte en r .

$$\Rightarrow \vec{m} = -\frac{\rho \omega}{2} \cdot \frac{R^5}{5} \cdot \underbrace{\int \sin^2 \theta \cdot \hat{\theta} d\theta d\phi}_{-2\pi \hat{z} \cdot \frac{4}{3} \text{ (parte anterior)}}$$

$$\Rightarrow \vec{m} = \underbrace{\frac{4}{3} \pi R^3 \rho}_Q \cdot \frac{\omega}{2} \cdot \frac{R^2}{5} \cdot 2 \hat{z} = \boxed{\frac{1}{5} Q \omega R^2 \hat{z}}$$