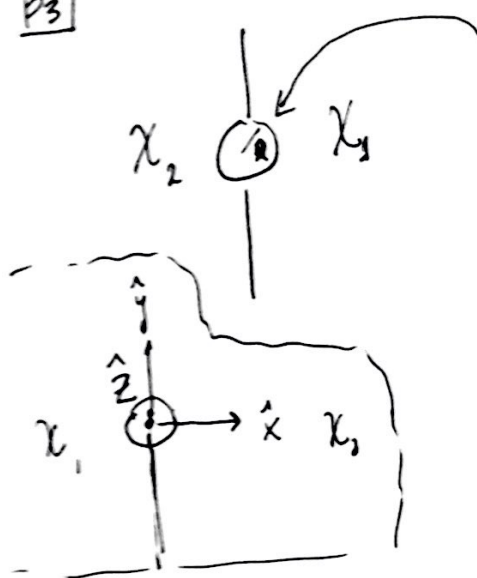


P3



El cable sale de la página.

Como tiene carga y está en movimiento, tenemos corriente!

Sabemos que $\vec{J} = \rho \vec{v}$

$$\rho = \rho_0 \frac{R}{r} \quad \vec{v} = v \hat{z}$$

Encontremos primero la corriente total (líbre) que porta el cable:

$$I = \int \vec{J} \cdot d\vec{S} \quad d\vec{S} = r d\theta dr \hat{z} \quad (\text{coordenadas cilíndricas})$$

$$\Rightarrow I = \int_0^R \int_0^{2\pi} \rho_0 \frac{R}{r} v \hat{z} \cdot \hat{z} r d\theta dr = \rho_0 v R \cdot 2\pi R = 2\pi R^2 \rho_0 v$$

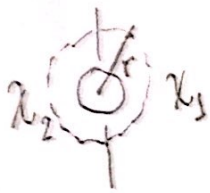
Ansatz: $\vec{B}(\vec{r}) = B(r, \theta) \hat{\theta}$ $\vec{H}(\vec{r}) = H(r, \theta) \hat{\theta}$. Es decir, no dependen de z (tiene sentido porque el cable es infinito), y rotan en torno a la corriente (es la forma característica de un campo magnético de una corriente lineal infinita). Pueden depender de θ eso sí porque hay un cambio de medio material $\chi_1 \rightarrow \chi_2$, entonces no hay simetría rotacional.

Sabemos por las condiciones de borde de $\vec{B}$ que si hay un cambio de medio, o una corriente superficial, la componente normal a la superficie no cambia.



Entonces $\vec{B}$ no va a depender de θ , ya que sólo tiene dirección angular, y pasar de un medio al otro no afectará esa componente.

$$\Rightarrow \vec{B}(\vec{r}) = B(r) \hat{\theta}$$



Ahora aplicamos la ley de Ampère para $\vec{H}$:

$$\oint \vec{H} \cdot d\vec{r} = I = \oint H(r, \theta) \hat{\theta} \cdot \underbrace{\hat{\theta} r d\theta}_{d\vec{r}}$$

$\vec{H}$ depende de $\theta \Rightarrow$ no lo podemos sacar de la integral.

Pero usaremos $\vec{B}$! $\vec{B} = \mu \vec{H} = \mu_0(1+\chi) \vec{H}$. Separamos la integral en 2:

$$\oint H(r, \theta) r d\theta = \int_0^\pi \frac{B(r)}{\mu_0(1+\chi_1)} r d\theta + \int_\pi^{2\pi} \frac{B(r)}{\mu_0(1+\chi_2)} r d\theta$$

$$= \frac{B(r)r}{\mu_0(1+\chi_1)} \pi + \frac{B(r)r}{\mu_0(1+\chi_2)} \pi = \frac{\pi Br}{\mu_0} \left[\frac{1}{1+\chi_1} + \frac{1}{1+\chi_2} \right] = \pi Br \left[\frac{1}{\mu_1} + \frac{1}{\mu_2} \right]$$

$$= \frac{\pi Br \cdot (\mu_1 + \mu_2)}{\mu_1 \mu_2}$$

($I = 2\pi R^2 \rho_0 V$)

$$\Rightarrow \boxed{\vec{B} = \frac{\mu_1 \mu_2 I}{\pi r (\mu_1 + \mu_2)} \hat{\theta}}$$

Ahora, las corrientes ligadas.

$$\vec{H} = \frac{\vec{B}}{\mu_0} - \vec{M} \Rightarrow \vec{M} = \frac{\vec{B}}{\mu_0} - \vec{H}$$

$$\begin{cases} \vec{M}_1 = \frac{\vec{B}}{\mu_0} - \vec{H}_1 = \frac{\vec{B}}{\mu_0} - \frac{\vec{B}}{\mu_1} = \vec{B} \left(\frac{1}{\mu_0} - \frac{1}{\mu_1} \right) \\ \vec{M}_2 = \frac{\vec{B}}{\mu_0} - \vec{H}_2 = \frac{\vec{B}}{\mu_0} - \frac{\vec{B}}{\mu_2} \end{cases}$$

lo llamaré α

Hagamos sólo el lado con χ_1 ; el otro es análogo.

$$\vec{K}_b = \nabla \times \vec{M} = \alpha \nabla \times \vec{B} = \alpha \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial}{\partial r} (r B) \hat{z} = 0 \quad \text{porque } B \sim \frac{1}{r}$$

$\vec{K}_b$ es más complicado porque $\hat{n}$ varía.

$$\text{En la "pared", } \hat{n} = \hat{\theta} \Rightarrow \vec{K}_b = \vec{M} \times \hat{n} = 0$$

porque $\vec{M}$ apunta en $\hat{\theta}$

$$\text{En el cable, } \hat{n} = -\hat{r} \Rightarrow \vec{K}_b = \vec{M} \times (-\hat{r}) = \alpha \vec{B} \times (-\hat{r})$$

porque evaluamos en $r=R$.

$$= \frac{\alpha \mu_1 \mu_2 I}{\pi R (\mu_1 + \mu_2)} \hat{\theta} \times (-\hat{r}) = \boxed{\frac{\alpha \mu_1 \mu_2 I}{\pi R (\mu_1 + \mu_2)} \hat{z}}$$

