

Pauta P3

~~1,2~~ 1,2 puntos/parte

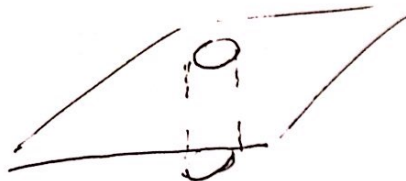
(a) Un argumento: carga de polarización es solamente reordenamiento/rotación/polarización de las moléculas en la materia; no aumenta/disminuye la carga total.

$$\text{otro: } Q_{\text{ext}} = \iint_{\text{Borde } \partial V} \sigma_p dS + \iiint_{\text{volumen } V} \rho_p dV = \iint_{\partial V} \vec{P} \cdot \hat{n} dS - \iiint_V \nabla \cdot \vec{P} dV = 0$$

Teorema de Gauss

(b) Componente $\perp$:

(0,6)



Pequeño cilindro con área A.

$$\text{Gauss: } \oint \vec{D} \cdot d\vec{S} = Q_{\text{enc}} = \sigma_l A$$

↳ Por simetría, cerca de la superficie esto es $2D_{\perp}^1 A$

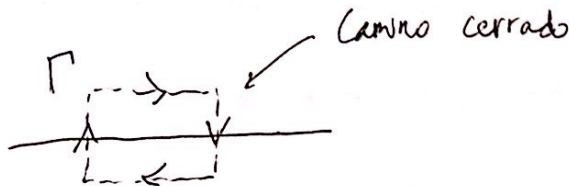
$$\Rightarrow D_{\perp}^1 = \frac{\sigma_l}{2} \text{ arriba, } -\frac{\sigma_l}{2} \text{ abajo}$$

$$\Rightarrow \underline{\Delta D_{\perp}^1 = \sigma_l}$$

(Nota: 0,3 por decir las cond., pero no demostrarlas)

Componente $\parallel$:

(0,6)



$$\oint_{\Gamma} \vec{E} \cdot d\vec{r} = 0 \text{ porque } \vec{E} \text{ es conservativo}$$

Si le damos altura infinitesimal al camino, los lados no contribuyen

$$\Rightarrow E_{\text{arriba}}'' = E_{\text{abajo}}'' \text{ (porque se cancelan en la integral)}$$

$$\vec{D} = \epsilon_0 \vec{E} + \vec{P} \Rightarrow D'' = \epsilon_0 E'' + P'' \Rightarrow \underline{\Delta D'' = \Delta P''}$$

(c) un argumento: $\nabla \cdot \vec{E} = \nabla \cdot (q\vec{B}) = q \nabla \cdot \vec{B} = 0 \Rightarrow \rho = 0$ en todo el espacio

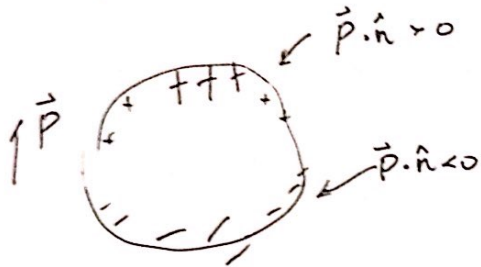
$$\nabla \times \vec{B} = \frac{1}{c} \nabla \times \vec{E} = 0 \Rightarrow \vec{J} = 0 \text{ en todo el espacio}$$

No hay corrientes ni cargas en todo el espacio $\Rightarrow \vec{E} = 0, \vec{B} = 0$.

Otro: Las líneas de $\vec{B}$ son cerradas, pero las de $\vec{E}$ no se pueden cerrar. $\Rightarrow$ No pueden ser proporcionales los campos.

O este para que tenga sentido dimensionalmente. ($[\vec{E}] \neq [\vec{B}]$)

(d) $\vec{P}$ produce carga de polarización superficial, $\vec{P} \cdot \hat{n} = \sigma$



Entonces hay cargas en movimiento
 $\Rightarrow$ corrientes, y se produce un $\vec{B}$. (+0,6)

Pero la forma de este campo no calza con el de la Tierra, esto se puede ver con la regla de la mano derecha. $\Rightarrow$ No apaña. (+0,6)

(e) Existen campos eléctricos, se producen por las cargas. (+0,6)

No existen campos magnéticos. ¿En qué dirección apuntarían?! (+0,6)

Por simetría solo podría ser radialmente, pero ahí las líneas de $\vec{B}$ no serían cerradas (otro punto de interés: $\nabla \cdot \vec{B} = 0$).

Otra forma de argumentar: se anulan las contribuciones de cada $\vec{J}$.

Pauta P2

(a) $Q = C \Delta V$

Le damos cargas $\pm Q$ a cada conductor. Como están muy lejos, podemos aproximar el potencial en cada uno como si el otro no existiera.

$\Delta V = V_b - V_a$  $V_b = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 b}$ $V_a = \frac{-Q}{4\pi\epsilon_0 a}$

$\left. \begin{array}{l} \text{Potencial en} \\ \text{superficie de conductor} \end{array} \right\}$ $\sim$ En a (pto de ref en ∞)

$$\Rightarrow \Delta V = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b} \right) \Rightarrow \boxed{C = \frac{4\pi\epsilon_0}{\frac{1}{a} + \frac{1}{b}}} (+1)$$

(b) $\Delta V = IR$

Para ver I , podemos ver la carga que sale de uno de los conductores; esta carga (toda) eventualmente llegará al otro conductor (conservación de carga). Si nos situamos justo sobre la superficie de un conductor, en esta zona (+1)

$$\vec{E} \approx \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r^2} \hat{r} \quad (\text{solo contribuye el conductor } q \text{ ya que el otro está lejos})$$



$$\Rightarrow \vec{J} = \sigma \vec{E} = \frac{\sigma Q}{4\pi\epsilon_0 r^2} \hat{r} \Rightarrow I = \int \vec{J} \cdot d\vec{S} = \frac{\sigma Q}{\epsilon_0}$$

$$\Rightarrow R = \frac{\Delta V}{I} = \frac{\epsilon_0}{\sigma Q} \cdot \frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b} \right) \quad (+1)$$
$$\Rightarrow \boxed{R = \frac{1}{4\pi\sigma} \left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b} \right)}$$

$$(c) \quad U = \frac{1}{2} Q \Delta V \quad \Delta V = \frac{Q}{C} \Rightarrow U = \frac{1}{2} \frac{Q^2}{C}$$

$$I = - \frac{dQ}{dt} = \frac{\sigma \omega}{\epsilon} \quad (\text{parte anterior})$$

$$\Rightarrow Q(t) = A e^{-\sigma t / \epsilon} \quad Q(0) = Q_0 \Rightarrow Q(t) = Q_0 e^{-t / \epsilon}$$

$$\Rightarrow U = \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b} \right) \cdot \frac{1}{4\pi\epsilon} \cdot Q_0^2 e^{-2\sigma t / \epsilon} = \boxed{\frac{\left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b} \right) Q_0^2 e^{-2\sigma t / \epsilon}}{8\pi\epsilon}} \quad (+1)$$