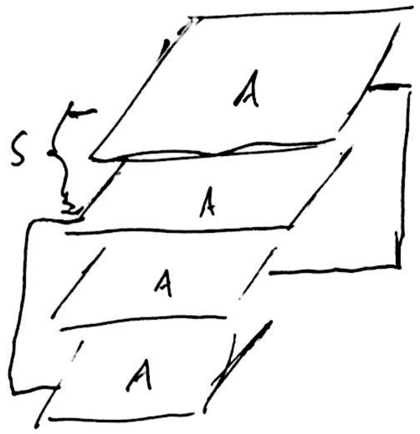
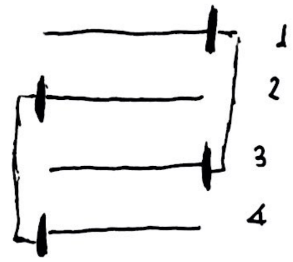
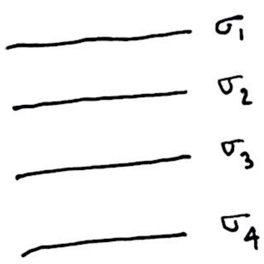
P4





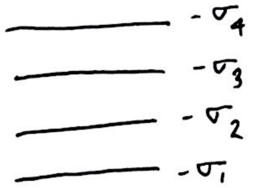
Por las conexiones, 1 y 3 están al mismo potencial (llamémoslo V_1), y 2 y 4 también (llamémoslo V_2).

Entonces 1 y 3 forman un solo conductor, y 2 y 4 también
$\Rightarrow$ tenemos un condensador. La forma de encontrar la capacitancia en general es agregarle carga $+Q$ a uno de los conductores, $-Q$ al otro, y encontrar la diferencia de potencial ΔV generada. Luego tendremos $C = \frac{Q}{|\Delta V|}$. Agreguémosle carga $+Q$ a $(1+3)$, y $-Q$ a $(2+4)$.



$$\underbrace{(\sigma_1+\sigma_3)A}_{\text{Carga total en }(1+3)} = Q \qquad \underbrace{(\sigma_2+\sigma_4)A}_{\text{Carga total en }(2+4)} = -Q$$

Por simetría se tiene que $\sigma_4 = -\sigma_1$. Para ver esto, damos vuelta la configuración:

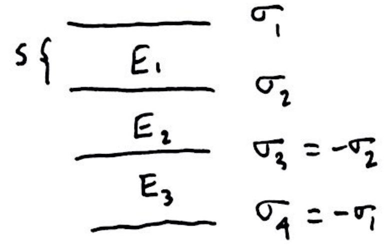


No debería cambiar nada! Si hubieramos elegido $+Q$ para $(2+4)$, y $-Q$ para $(1+3)$, y damos vuelta todo, debería ser lo mismo.

Esta configuración físicamente es igual a la anterior, sólo que tiene nombres distintos.

Con el mismo argumento, vemos que $\sigma_3 = -\sigma_2$.

Ahora, veamos los campos en la configuración para poder calcular el potencial entre los conductores:



↑ positivo hacia arriba

$s^2 << A \Rightarrow$ los tratamos como planos infinitos, los cuales generan campos de magnitud $\sigma/2\varepsilon_0$.

$$\Rightarrow E_1 = -\frac{\sigma_1}{2\varepsilon_0} + \cancel{\frac{\sigma_2}{2\varepsilon_0}} - \cancel{\frac{\sigma_2}{2\varepsilon_0}} - \frac{\sigma_1}{2\varepsilon_0}$$

$$= -\frac{\sigma_1}{\varepsilon_0}$$

$$E_2 = \frac{-\sigma_1}{2\varepsilon_0} - \frac{\sigma_2}{2\varepsilon_0} - \frac{\sigma_2}{2\varepsilon_0} - \frac{\sigma_1}{2\varepsilon_0} = -\frac{(\sigma_1 + \sigma_2)}{\varepsilon_0}$$

$$E_3 = -\frac{\sigma_1}{2\varepsilon_0} - \cancel{\frac{\sigma_2}{2\varepsilon_0}} + \cancel{\frac{\sigma_2}{2\varepsilon_0}} - \frac{\sigma_1}{2\varepsilon_0} = -\frac{\sigma_1}{\varepsilon_0}$$

Dif. de potencial entre 1 y 3 es 0 (son ~~un~~ un conductor)

$$\Rightarrow -\int_1^3 \vec{E}\cdot d\vec{l} = 0 = \underbrace{-\frac{\sigma_1 s}{\varepsilon_0}}_{\int_1^2 -\vec{E}_1\cdot d\vec{s}} \underbrace{-\left(\frac{\sigma_1 + \sigma_2}{\varepsilon_0}\right)s}_{-\int_2^3 \vec{E}_2\cdot d\vec{s}} \Rightarrow 2\sigma_1 = \sigma_2$$

Recuerdo: $(\sigma_1 + \sigma_2)A = Q \Rightarrow 3\sigma_1 A = Q \Rightarrow \sigma_1 = \frac{Q}{3A}$

Entonces la dif. de potencial entre los conductores, que se puede calcular simplemente desde 1 hasta 2, será

$$V = -\int_1^2 \vec{E}_1 \cdot d\vec{s} = -\frac{\sigma_1}{\varepsilon_0} s = \frac{-Qs}{3A\varepsilon_0} \Rightarrow |V| = \frac{Qs}{3A\varepsilon_0}$$

$$\Rightarrow C = \frac{Q}{|V|} = \frac{Q}{\frac{Qs}{3A\varepsilon_0}} \Rightarrow \boxed{C = \frac{3A\varepsilon_0}{s}}$$