Auxilar 9

Ondas Propagativas

Profesor: Vicente Salinas
Auxiliares: César Aguilar, Carolina Gutiérrez, Miguel Sepúlveda

P1.- Considere una cuerda ideal muy larga, inicialmente horizontal sin perturbaciones. En $t = t_0$, se generan dos pulsos con las formas:

$$f(x) = e^{-(x+x_0)^2}. \quad g(x) = e^{-(x-x_0)^2}$$

El primero viaja hacia la derecha y el segundo hacia la izquierda, ambos con la misma velocidad. La cuerda tiene tensión T y densidad lineal μ

- Escriba la solución a la ecuación de onda $u(x,t)$ con estos dos pulsos, e identifique la velocidad. Dibuje la forma de la cuerda en el instante inicial.
- Dibuje la forma de la cuerda en el instante en que los pulsos se encuentran.
- Grafique la velocidad transversal e función de la posición para $t = 0$ y en el tiempo de encuentro, y explique lo que ve.

P2.- **Ondas estacionarias** Se tiene una cuerda ideal muy larga. En ella viajan dos pulsos A y B descritos por:

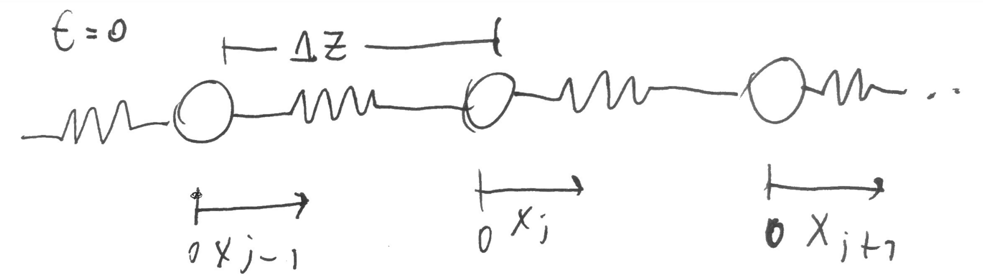
$$A(x.t) = a\sin(lx + kt), \quad B(x,t) = b\sin(lx - kt)$$

- ¿A que velocidad c viajan los pulsos?
- Si se define el periodo como el **tiempo** que debe transcurrir para que la onda tenga la misma forma que la inicial, y la longitud de onda como la distancia entre dos máximos de la onda, ¿Cual es periodo T? ¿Cual es la longitud de onda λ?
- Encuentre la relación entre T, λ, y c.
- Exprese la ecuación de cada pulso en función de T, λ, t y x.

Si A = B, ¿Que ocurre en $x = 0$?. Use ahora la identidad trigonométrica de suma de senos para encontrar una expresión compacta para $u(x,t)$. Describa que representa cada término de esta expresión.

P3.- **Ondas longitudinales**
Como los osciladores, las ondas pueden tomar una infinidad de formas. En general, la solución de la

ecuación de onda $u(x,t)$ no representa solo la altitud de un punto en una cuerda, si no que también puede representar otras propiedades físicas como la presión y el campo electromagnético. Para esta pregunta, $u(z,t)$ modelará la desviación horizontal del punto z en un tiempo t para un sistema de masas y resortes. En el dibujo, la posición de equilibrio para la masa i es $x_i = 0$, así, x_i nos da el desplazamiento de la masa i con respecto a su punto de equilibrio.



Estudiaremos ahora la ecuación de onda para un Δz muy pequeño. Para esto:

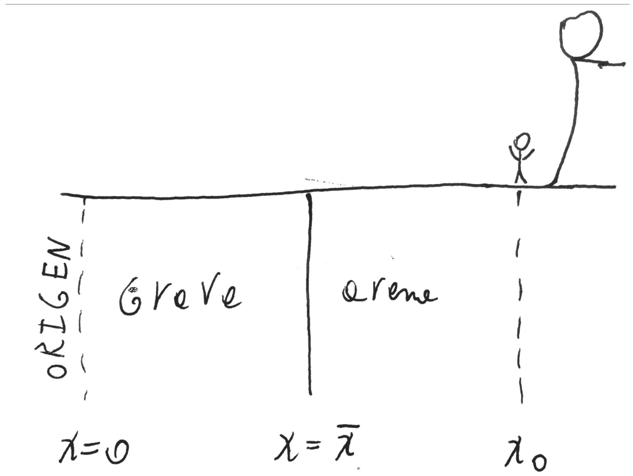
- Haga el DCL y escriba la ecuación de movimiento para una sola masa.
- Derive la ecuación de onda para el sistema, donde $u(z,t)$ modela la desviación del resorte en el punto z en el tiempo t, y z es la posición del resorte.

Ahora veremos el ejemplo de una onda longitudinal: las ondas P de los terremotos.

P4.- **Densidad variable** Al modelar las ondas P de un terremoto, que son puramente longitudinales, se modela el terreno de la siguiente manera: Un trozo de terreno de largo L, area transversal A, masa M_T, y rigidez K se ve como una serie de N masas, cada una de masa $m = \frac{M_T}{N}$ acopladas por resortes de largo natural $\Delta z = \frac{L}{N}$ y constante $k = NK$, donde K es la rigidez del material. Luego, se dice que la rigidez del material es proporcional al cuociente $\frac{A}{L}$ (Pensar por que), con cierta constante de proporcionalidad M, llamado en este contexto el módulo de onda P.

- Replantee la ecuación de onda, dejando solo las derivadas, M y la densidad rho del material.
- En el dibujo se observa un terremoto longitudinal que se origina en $x = 0$ $\rho_{arena} < \rho_{grava}$. ¿Cuanto tiempo se demora el terremoto en llegar a la persona? ¿Donde viaja más rapido? ¿Tiene sentido físico este resultado?.

.


ORIGEN
Grava
arena
$x=0$
$x=\bar{x}$
x_0