

## Auxiliar 9

### Oscilaciones forzadas y amortiguadas

Profesora: María Luisa Cordero

Auxiliares: Luna Alarcón, Christofer Cid, Javier Smith

Oscilaciones sin roce:

$$\ddot{x} + \omega_0^2 x = 0$$

$$x(t) = A \cos(\omega_0 t + \varphi_0)$$

Oscilaciones Amortiguadas:

$$\ddot{x} + \frac{1}{\tau} \dot{x} + \omega_0^2 x = 0 \quad \tau = \frac{m}{\gamma}$$

$$x(t) = A e^{-t/2\tau} \cos(\Omega t + \varphi_0)$$

$$\Omega^2 = \omega_0^2 - \left(\frac{1}{2\tau}\right)^2$$

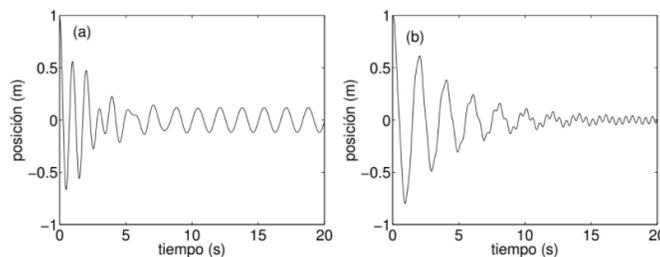
Oscilaciones Forzadas y Amortiguadas:

$$\ddot{x} + \frac{1}{\tau} \dot{x} + \omega_0^2 x = \frac{F_0}{M} \sin(\omega t)$$

$$x(t) = \underbrace{A e^{-t/2\tau} \cos(\Omega t + \varphi_0)}_{\text{Fase transiente}} + \underbrace{\frac{F_0/M}{\sqrt{(\omega_0 - \omega)^2 + (\frac{\omega}{\tau})^2}} \sin(\omega t + \delta)}_{\text{Fase estacionaria}}$$

$$\tan(\delta) = \frac{\omega}{\tau(\omega_0^2 - \omega^2)}$$

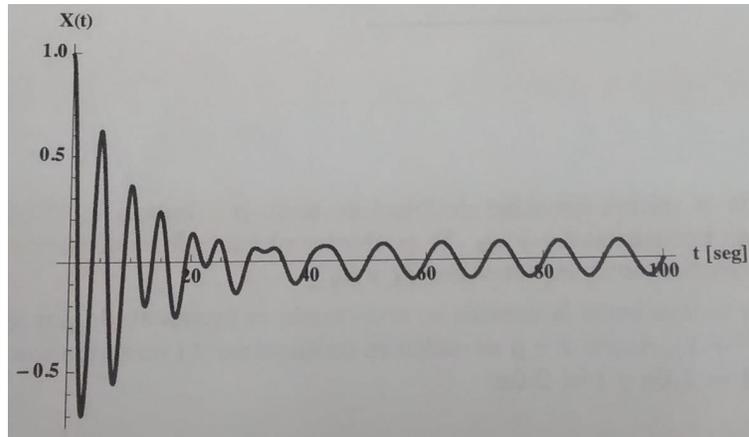
1.- Los gráficos muestran la posición de una partícula, de igual masa, en función del tiempo, para dos osciladores forzados y amortiguados de distintas condiciones. Indique cual de los dos tiene mayor frecuencia natural  $\omega_0$ , coeficiente de roce viscoso  $\gamma$  y frecuencia de forzamiento  $\omega$ .



**P2.-** La siguiente figura, muestra el movimiento  $x(t)$  de una partícula de masa  $m$ , la cual satisface la ecuación de movimiento amortiguado/forzado, dada por:

$$\ddot{x} + \frac{\dot{x}}{\tau} + \omega_0^2 x = \frac{F}{m} \sin(\omega t)$$

Cuya solución es conocida. A partir de la figura, estime (justificando) los valores de  $\omega_0$ ,  $\omega$  y  $\tau$ . Puede utilizar la aproximación  $\Omega \cong \omega_0$  y que  $\varphi_0 = 0$



**P3.-** Cuatro personas de masa  $m = 82$  kg se suben a un auto de masa  $M = 1000$  kg. El vehículo se desplaza sobre un camino que tiene pequeños montículos separados por una distancia  $\Delta = 4m$ . Debido a éstos, el auto es forzado, presentando una amplitud máxima de oscilación cuando la velocidad es  $v_0 = 16$  km/hr. Suponiendo que la disipación del sistema es pequeña, calcule la constante elástica del sistema de suspensión del auto.

**P4.-** Considere un bloque de masa  $m$  unido a una pared mediante un resorte de constante elástica  $k$  y largo natural  $\ell_0$ . El bloque puede deslizar sin roce sobre una superficie lisa. Además, sobre el bloque actúa una corriente de aire con velocidad constante  $v_0$ , la cual ejerce una fuerza de roce viscoso lineal caracterizada por un coeficiente de roce  $\gamma$ .

- i) Determine la frecuencia de oscilación del sistema y la posición de equilibrio  $x_0$ .
- ii) Suponga que la rapidez del viento no es constante, sino que ésta oscila de la forma:

$$v(t) = v_0 \left( 1 + \frac{\sin(\omega t)}{10} \right)$$

Determine la amplitud máxima de oscilación, generada por la fuerza variable en torno al punto de equilibrio  $x_0$ .

\*iii) En régimen de resonancia, determine el valor máximo de  $v_0$  para que el bloque no choque contra la pared.

