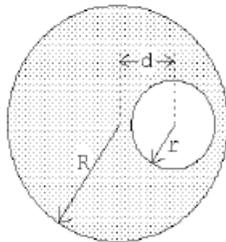


Sistemas extendidos- Cálculo del centro de masa

- P1.** Encuentre la posición del centro de masas de una lámina de densidad (de masa) uniforme μ y que tiene la forma indicada en la figura adjunta.



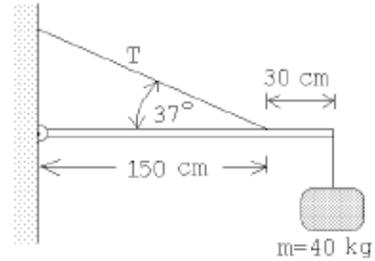
- P2.** Encuentre la posición del centro de masas de un disco de densidad superficial U y que tiene un agujero circular como se indica en la figura adjunta.



- P3.** Demuestre que la posición del centro de masas de una lámina triangular de densidad uniforme se ubica en el lugar donde se cortan las tres transversales de gravedad del triángulo.
- P4.** En cinco de los seis vértices de un hexágono regular hay una masa m . Encuentre la posición del centro de masas.

Cuerpo rígido²- Equilibrio

- P5.** La figura muestra un letrero luminoso de masa m que cuelga de una barra (de masa despreciable) que se mantiene horizontal con la ayuda de una cuerda y la fuerza ejercida por la barra contra la pared. Calcule la tensión de la cuerda y la fuerza ejercida por la barra contra la pared.

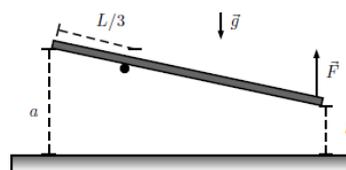


- P6.** Se tiene una barra homogénea de masa M y largo L , que se sostiene en un pivote a una distancia $L/3$ de su extremo izquierdo. Su extremo izquierdo está a una altura a desde el piso, mientras que su extremo derecho está a una altura b , con $a > b$ como se muestra en la figura. En el extremo derecho de la barra se ejerce una fuerza de magnitud F en el sentido y .

a) Calcule la magnitud F de la fuerza para que la barra esté en equilibrio estático.

b) Si se comienza a mover la barra sin variar su inclinación, ¿Cuánto debe desplazarse para que la magnitud de la fuerza ejercida sea $F = Mg/2$?

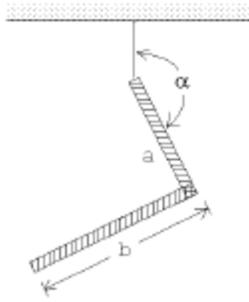
c) Desde la configuración inicial, piense que ahora la barra no se desplaza pero varía el ángulo de inclinación, calcule el ángulo para que la fuerza sea igual que en la parte b.



- P7.** Considere una estructura formada por dos barras uniformes de largos a y b , unidas de modo que forman un ángulo recto y que cuelga con hilo desde el cielo (ver figura adjunta). Determine el ángulo de la estructura cuando ella se encuentra en equilibrio.

¹Dudas, correcciones y sugerencias al mail: manuel.torres@ug.uchile.cl

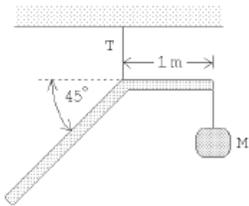
²La unidad de "Cuerpo rígido", está sub-dividida en 4 unidades profundizando los temas ya vistos en el curso FI1001 y ahora extendiendo las nociones a mecánica en sistemas extendidos, estudiando estática y dinámica rotacional, con las nociones de energía de forma paralela



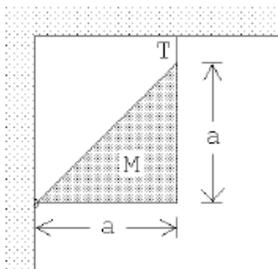
P8. Una barra, cuya masa es de 10 Kg y tiene tres metros de largo, se dobla en 45° a 1 m de uno de los extremos y se cuelga como se indica en la figura adjunta. La estructura se encuentra en equilibrio gracias a una masa M que se cuelga en uno de los extremos.

a) Encuentre la tensión T y el valor de M . ¿El equilibrio es estable o inestable?

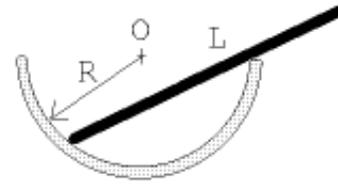
b) Conteste nuevamente las mismas preguntas de la parte a), pero asumiendo ahora que la barra al lado izquierdo, en lugar de estar doblada hacia abajo en 45° , esta doblada hacia arriba en 45° .



P9. Considere una lámina triangular uniforme, de masa $M = 5$ Kg, que está sujeta a una pared con una articulación y colgada del cielo con una cuerda, tal como se muestra en la figura adjunta. Encuentre la tensión T de la cuerda.

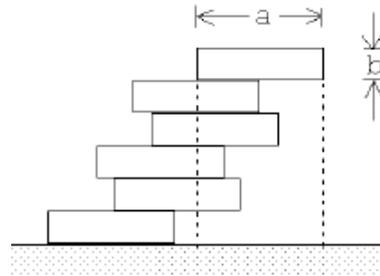


P10. Encuentre la posición de equilibrio de una varilla de largo L colocada dentro de un pocillo. Considere al pocillo como una semiesfera de radio R y asuma que entre éste y la varilla no hay roce.

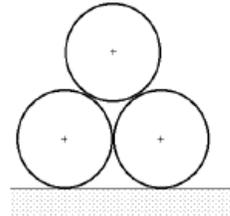


P11. (Desafío) ¿Se podrá formar una torre con ladrillos (suelos), uno encima de otro (ver figura), de manera que el ladrillo de más arriba este desplazado en más de una unidad con respecto al de más abajo, sin que la torre se desplome?

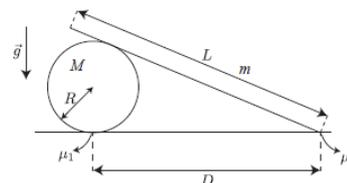
Hint: Comience el análisis con los ladrillos superiores.



P12. (Desafío) Tres tambores del mismo radio están arrumbados como se indica en la figura adjunta. Encuentre el mínimo coeficiente de roce estático que debe existir entre los tambores y también entre los tambores y el suelo de manera que el sistema no se derrumbe.



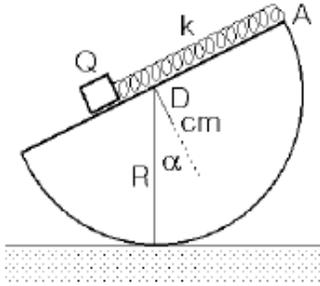
P13. (Control) Se tiene una barra homogénea de masa M y largo L , que se sostiene en un pivote a una distancia $L/3$ de su extremo izquierdo. Su extremo izquierdo está a una altura a desde el piso, mientras que su extremo derecho está a una altura b , con $a > b$ como se muestra en la figura. En el extremo derecho de la barra se ejerce una fuerza de magnitud F en el sentido vertical.



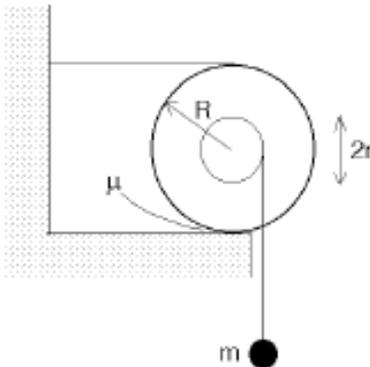
³Los problemas de desafío no son imprescindibles en el estudio para la preparación del control, pero presentan un análisis interesante de ver.

⁴En este problema se recomienda analizar todos los posibles puntos en los cuales se puede calcular el torque, y comprobar cual es más conveniente, ya que es MUY importante desarrollar habilidad en este análisis

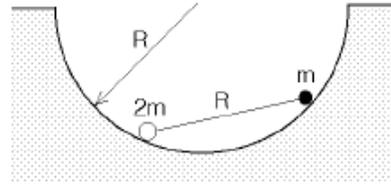
P14. (Control) Un semicilindro de radio R y peso W se encuentra en equilibrio estático sobre un plano horizontal, con un pequeño bloque de peso Q sobre él. El bloque está ligado mediante un resorte ideal de largo natural $l_0 = R$ y constante elástica k a un punto A en el borde (ver figura). Suponga que no hay roce entre la superficie del cilindro y la masa de peso Q . Determine el ángulo de equilibrio. Considere conocida la distancia D a la que se encuentra el centro de masas del punto O . Analice con cuidado que pasa cuando Q es pequeño.



P15. En la figura se muestra un cilindro de masa M y radio R , el cual se ata a la muralla mediante una cuerda. Alrededor de un calado que se le ha hecho al cilindro se enrolla una cuerda ideal. De la cuerda cuelga una masa m por determinar. Si el coeficiente de roce entre el suelo y el cilindro es μ , determine la masa máxima a colgar para que el cilindro no rote.



P16. En los extremos de una barra de masa despreciable se adhieren bolas de masa m y $2m$, respectivamente. El sistema posa sobre un tiesto de fondo esférico resbaloso, de radio igual al largo de la barra. Calcule el ángulo que la barra forma con la vertical.



Cuerpo rígido: Dinámica⁵

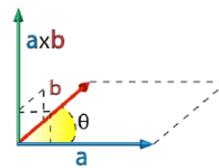
P17. Una masa $2M$ se ata a una cuerda que esta enrollada en el borde de un disco de radio R y masa M . El disco puede girar sin roce respecto a un eje que pasa por su centro. La masa posa sobre un plano inclinado y no hay roce entre ambos. La masa se suelta del reposo y comienza a bajar sobre el plano inclinado por acción de la gravedad, haciendo que la cuerda se desenrolle del disco en la misma medida que el disco va girando.

- Determine la velocidad de la masa cuando esta ha descendido una altura H desde su posición inicial
- Compare la respuesta anterior con el caso en el que el disco no gira
- Hay alguna relación entre el radio del disco y el porcentaje de energía potencial que se transforma en energía de rotación?

Anexo:

Producto cruz

$\vec{a} \times \vec{b}$ es un **vector** tal que:

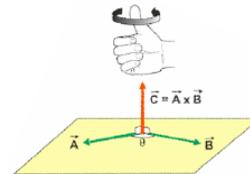


$$\triangleright |\vec{a} \times \vec{b}| = |\vec{a}||\vec{b}| \sin \theta$$

$$\triangleright \vec{a} \times \vec{b} \perp \vec{a} \text{ y } \vec{b}$$

$$\triangleright \vec{b} \times \vec{a} = -\vec{a} \times \vec{b}$$

La dirección positiva es arbitraria. Normalmente se la elige por la **regla de la mano derecha**:



Saludos y mucho éxito en el estudio!!! :D

⁵Un pequeño adelanto de lo que viene