FI1002-3 Sistemas Newtonianos 2017
Profesor: Rodrigo Soto
Auxiliares: Francisco Silva - Guido Escudero - Teresa Paneque
Fecha: 31 octubre 2017

Auxiliar Extra C2

1) Movimiento Armónico simple (M.A.S.)

- Ecuación movimiento armónico simple (M.A.S.) es $\ddot{x} + w_0^2 x = 0$
- Solución general M.A.S. es $x(t) = A\cos(w_0 t) + B\sin(w_0 t)$
  Donde las constantes A y B se determinan con las condiciones iniciales
- Mediante suma de fuerzas llegaremos a ecuaciones del tipo $\ddot{x} + algo * x = 0$
  Mediante suma de torques llegaremos $\ddot{\theta} + algo * \theta = 0$
  Por ende tendremos que $w_0^2 = algo$
- Repaso trigonométrico, sea $x(t) = A\cos(w_0 t)$ o bien $x(t) = A\sin(w_0 t)$
  T= Período = Tiempo que la onda tarda en completar un ciclo
  F= Frecuencia = Número de ciclos en unidad de tiempo
  $\dot{\theta} = Velocidad\ angular$, no necesariamente implica un movimiento circular, solamente es la derivada del ángulo respecto al tiempo
  w_0= $Frecuencia\ angular$, es la frecuencia del movimiento circular expresado en la proporción del cambio del ángulo.
  NO es una velocidad angular, es una frecuencia angular, sirve para calcular la frecuencia F o el período T
  $w_0 = 2\pi F = (2\pi)/T$

2) Movimiento oscilatorio amortiguado

- Ecuación movimiento oscilatorio amortiguado es $\ddot{x} + \frac{1}{\tau}\dot{x} + w_0^2 x = 0$
- w_0 sigue correspondiendo a la frecuencia natural del sistema
- τ corresponde al tiempo característico del sistema
- la solución del movimiento oscilatorio amortiguado es $x(t) = Ae^{\frac{-t}{2\tau}} cos(\Omega t + \phi_0)$; $\Omega^2 = w_0^2 - (\frac{1}{2\tau})^2$
- Ω es la frecuencia de oscilación del sistema
- El procedimiento de solución es mediante suma de fuerzas o torques llegar a la solución general del movimiento oscilatorio amortiguado, luego identificando términos conoceremos a w_0 y τ. Conociendo a w_0 y τ procedemos a calcular Ω. Teniendo a Ω tendremos la solución general. Posteriormente procedemos a calcular los valores de A y ϕ_0 con las condiciones iniciales y listo....tendremos x(t) para todo t sin constantes raras que desconocemos
- En un oscilador amortiguado ¿Cuál es la verdadera frecuencia del sistema, Ω o w_o? R: Ω. Entonces ¿Para que sirve w_0 en un oscilador amortiguado? R: Sirve como un paso intermedio para calcular el valor de Ω

3) Movimiento Oscilatorio Forzado

- Ecuación movimiento oscilatorio forzado es $\ddot{x} + \frac{1}{\tau}\dot{x} + w_0^2 x = \frac{F_0}{m}\sin(wt)$ (puede ser coseno en vez de seno)
  con τ= Constante de Amortiguamiento; w_0= Frecuencia Natural ; w = Frecuencia de Forzamiento
  Cuando $w = w_0$ se produce resonancia, por eso w_0 se llama también frecuencia natural de resonancia
- Solución general del movimiento oscilatorio forzado es $x(t)$ =A $e^{\frac{-t}{2\tau}}\cos(wt + \phi) + \frac{(F_0/m)sin(wt-\delta)}{\sqrt{(w_0^2-w^2)^2+(\frac{w}{\tau})^2}}$
- con $\delta = arctg[\frac{w}{\tau(w_0^2-w^2)}]$
  Donde las constantes A y ϕ se determinan con las condiciones iniciales

- El regimen transitorio corresponde al sumando que contiene a la exponencial, mientras que el regimen estacionario equivale al sumando restante
- Por propiedades matemáticas de la exponencial se tendrá que en $t = 5\tau$ se alcanza el regimen estacionario (regimen permanente). Es decir en $t = 5\tau$ la exponencial se hizo cero (En régimen permanente la frecuencia del sistema es el w de la forzante)
- La resonancia ocurre para $w = w_0$ (La resonancia solo ocurre en oscilador forzado)

4) Ondas

- La forma general de una ecuación de onda plana es $u(x,t) = f(x - ct) + g(x + ct)$
- u(x,t) corresponde a la solución general de la ecuación de onda
- f(x-ct) corresponde a una onda que se propaga en el sentido positivo del eje x. Mientras que g(x+ct) corresponde a una onda que se propaga en el sentido negativo del eje x
- La velocidad transversal de la onda estará dada por $\frac{d(u(x,t))}{dt}$

P1. Encuentre las E.D.Os fisicamente correctas que representa algun tipo de oscilación (simple, amortiguado o forzado). En las incorrectas destace con todo los colores posibles la fuente del error para que no lo cometa en control. En las E.D.O.s correctas encuentre los valores de interes (w_o, τ, etc)(según corresponda)

a) $\ddot{x} - \frac{I}{3M}x = 0$ $\ddot{x} + \frac{I}{3M}x = 0$ $m\ddot{x} + \frac{I}{3M}x = 0$

b) $\ddot{x} - \frac{5}{m}\dot{x} + \frac{k^2}{3R}x = 0$ $-\ddot{x} - \frac{5}{m}\dot{x} - \frac{k^2}{3R}x = 0$ $\ddot{x} + \frac{5}{m}\dot{x} + \frac{k^2}{3R}x = 0$ $\ddot{x} - \frac{5}{m}\dot{x} - \frac{k^2}{3R}x = 0$

c) $\ddot{x} + \frac{I}{3M}x = g$ $45\ddot{x} + \frac{I}{3M}x = g$

d) $\ddot{x} + \frac{5}{m}\dot{x} + \frac{k^2}{3L}x = 7{,}0$

e) $8\ddot{x} + \frac{3R}{k}\dot{x} + \frac{1}{3p}x = 50sin(30t)$ $8\ddot{x} + \frac{15L}{k}\dot{x} + \frac{1}{3p}x = -50sin(30t)$ $8\ddot{x} - \frac{15L}{k}\dot{x} + \frac{1}{3p}x = 50sin(30t)$

f) $8\ddot{x} + \frac{15L}{k}\dot{x} + \frac{1}{3p}x = 50cos(30t)$

g) $\ddot{\theta} - 4sen(\theta) = 0$ $\ddot{\theta} + 4sen(\theta) = 0$ $\ddot{\theta} - 4cos(\theta) = 0$ $\ddot{\theta} + 4cos(\theta) = 0$

h) $8\ddot{\theta} + \frac{3L}{k}\dot{\theta} + \frac{1}{3p}sin(\theta) = 50sin(wt)$

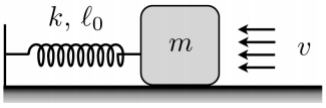
i) $8\ddot{x} + \frac{3L}{k}\dot{\theta} + \frac{1}{3p}sin(\theta) = 50sin(wt)$

P2. Considere un bloque de masa m unido a una pared mediante un resorte de constante elástica k y largo natural L_0. El bloque puede deslizar sin roce sobre una superficie lisa (ver figura). Sobre el bloque actúa una corriente de aire con velocidad constante v_0 que ejerce una fuerza de roce viscoso lineal caracterizada por un coeficiente de roce γ

a) Determine la frecuencia de oscilación del sistema y su punto de equilibrio x_0 con respecto a la pared.

b) Suponga ahora que la velocidad de corriente del aire ya no es constante, y ahora es $v(t) = v_0[1 + \frac{sen(wt)}{10}]$. Determine la amplitud máxima de oscilación debida a la fuerza variable en torno al punto de equilibrio x_0

c) En regimen de resonancia, determine el valor máximo de v_0 para que el bloque no choque contra la pared



P3. Considere a las funciones $f(x) = 5e^{\frac{-x^2}{2(\delta_1)^2}}$ $g(x) = -4e^{\frac{-x^2}{2(\delta_2)^2}}$ Con $\delta_1 = 0{,}5[cm]$ y $\delta_2 = 1[cm]$. Ahora imagine que estás funciones digievolucionan a pulsos de velocidad c. Se informa que f dará nacimiento a un pulso en $\hat{x}$, mientras que g dará nacimiento a un pulso en -$\hat{x}$. Finalmente la suma de dichos pulsos dará nacimiento a una onda $U(x,t)$

a) Encuentre y grafique los pulsos f(x,t) y g(x,t).(juntos en un gráfico). considerando una potencial superposición (interferencia) en caso de que exista.

b) Encuentre la velocidad vertical de la onda $U(x,t)$ (Hint: Para derivar utilice la regla de la cadena)