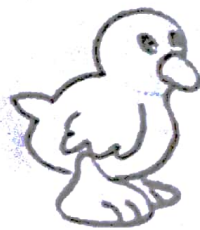


P1 Continuos PB auxiliar Q.Ecuaciones:

$$N - mg = m\ddot{y}(t) \quad (1)$$

$$-N - K(x-L) - Mg = M\ddot{x}(t) \quad (2)$$

$$y(t) - x(t) = h_0 + D\cos(\omega t) \quad (3)$$



De (1) $\Rightarrow N = mg + m\ddot{y}(t)$

Reemplazando en (2) $\Rightarrow -m(g + \ddot{y}(t)) - K(x-L) - Mg = M\ddot{x}(t) \quad (4)$

De (3) $\Rightarrow \ddot{y}(t) - \ddot{x}(t) = -D\omega^2 \cos(\omega t) \quad (5)$

Reemplazando (5) en (4):

$$\Rightarrow -m(g + \ddot{x}(t) - D\omega^2 \cos(\omega t)) - K(x-L) - Mg = M\ddot{x}(t)$$

$$\Rightarrow \ddot{x}(t) \cdot (M+m) + K(x-L) + g(M+m) = mD\omega^2 \cos(\omega t) \quad (*)$$

Podemos separar el problema en 2 partes, la EDO homogénea y su lado que genere la solución particular:

$$\Rightarrow \ddot{x}(t)(M+m) + K(x-L) + g(M+m) = 0$$

$$\Rightarrow \ddot{x}(t) + \left(\frac{K}{M+m}\right)(x-L) + g = 0$$

Como acción del resorte, el equilibrio se ve alterado:

$$\Rightarrow \ddot{x}(t) + \left(\frac{K}{M+m}\right)\left(x-L + \frac{g(M+m)}{K}\right) = 0 \quad (6)$$

donde $x_{eq} = L - \frac{g(M+m)}{K}$

Nos aprovechamos y definiremos una variable auxiliar:

$$\Rightarrow z(t) = x(t) - L + \frac{g(M+m)}{K}$$

$$\Rightarrow \dot{z}(t) = \dot{x}(t)$$

$$\Rightarrow \ddot{z}(t) = \ddot{x}(t)$$

Reemplazando en (6):

$$\Rightarrow \ddot{z}(t) + \left(\frac{K}{M+m}\right)z(t) = 0, \quad \omega_0^2 = \frac{K}{M+m}$$

$$\Rightarrow z(t) = A\cos(\omega_0 t + \phi_0)$$

$$\Rightarrow x(t) = A\cos(\omega_0 t + \phi_0) + L - \frac{g(M+m)}{K} \quad (7)$$

ya que tenemos la solución homogénea, procedemos a hallar la solución particular:

A partir de (*), obtenemos en el lado derecho:

$$\Rightarrow \cancel{0} = \frac{m D \Omega^2 \cos(\Omega t)}{m+H} \quad (8)$$

Ahora solo basta reemplazar (8) en la fórmula:

Repaso:

La solución de la ecuación:

$$\ddot{x} + \frac{1}{\tau} \dot{x} + \frac{H}{H_0} x = f_0 \sin(\omega t)$$

en el estado estacionario es:

$$x(t) = \beta(\omega) \cdot \sin(\omega t)$$

donde:

$$\beta(\omega) = \frac{f_0}{\sqrt{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + (\omega/\tau)^2}}$$

Tenemos que $f_0 = \frac{m D \Omega^2}{m+H}$ y $\sin(\omega t) = \sin(\Omega t - \pi/2) = \cos(\Omega t)$

$$\Rightarrow \beta(\omega) = \frac{m D \Omega^2}{m+H} \sqrt{\frac{1}{(\omega_0^2 - \Omega^2)^2 + (\Omega/\tau)^2}}$$

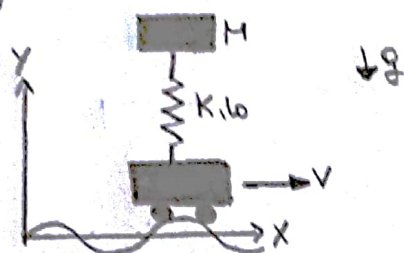
$$\Rightarrow x(t)_p = \frac{m D \Omega^2}{m+H} \sqrt{\frac{1}{(\omega_0^2 - \Omega^2)^2 + (\Omega/\tau)^2}} \cdot \cos(\Omega t) \quad (9)$$

Ahora sumando la solución homogénea (7) y la solución particular (9) tenemos:

$$\Rightarrow x(t) = A \cos(\omega_0 t + \phi_0) + L - \frac{g(H+m)}{K} + \frac{(m D \Omega^2)}{(m+H) \sqrt{(\omega_0^2 - \Omega^2)^2 + (\Omega/\tau)^2}} \cos(\Omega t) \quad (10)$$

P2

Dibujo:



a) Como el vehiculo se mueve a velocidad constante V en x , su ecuación de itinerario sería:

$$x(t) = Vt \quad (1)$$

Reemplazando (1) en la ecuación de la superficie:

$$\Rightarrow y_e = y_0 \sin\left(\frac{2\pi}{L_x} x\right) \quad (2)$$

$$\Rightarrow y_e = y_0 \sin\left(\frac{2\pi V t}{L_x}\right)$$

Dentro de $\sin(\cdot)$ se encuentra una función ωt de donde se obtiene:

$$\frac{2\pi V}{L_x} = \omega$$

$$\Rightarrow \frac{2\pi V}{L_x} = \omega$$

b) A partir de la suma de fuerzas en y sobre el acoplado se obtiene:

$$M\ddot{y} = -b\dot{y} - K(y - y_e - l_0) - Mg \quad (3)$$

Reemplazando (2) en (3):

$$\Rightarrow M\ddot{y} = -b\dot{y} - K\left(y - y_0 \sin\left(\frac{2\pi V t}{L_x}\right) - l_0\right) - Mg \quad (4)$$

$$\Rightarrow \ddot{y} + \frac{b}{M}\dot{y} + \frac{K}{M}(y - l_0) + g = -\frac{Ky_0}{M} \sin\left(\frac{2\pi V t}{L_x}\right)$$

$$\Rightarrow \ddot{y} + \frac{b}{M}\dot{y} + \frac{K}{M}(y - l_0 + \frac{Mg}{K}) = -\frac{Ky_0}{M} \sin\left(\frac{2\pi V t}{L_x}\right) \quad (5)$$

Realizamos un cambio de variable astuto para la ec. (5):

$$y - l_0 + \frac{Mg}{K} = z$$

$$\Rightarrow \dot{y} = \dot{z}$$

$$\Rightarrow \ddot{y} = \ddot{z}$$

$$\Rightarrow \ddot{z} + \left(\frac{b}{M}\right)\dot{z} + \left(\frac{K}{M}\right)z = -\frac{Ky_0}{M} \sin\left(\frac{2\pi V t}{L_x}\right)$$

Donde $z = y - l_0$ y $\omega_0^2 = K/M$

$$\Rightarrow \ddot{z} + \frac{b}{M}\dot{z} + \omega_0^2 z = -\omega_0^2 y_0 \sin(\omega t) \quad (6)$$

⊗ La ecuación de movimiento es la EDO, NO la solución.

c) Tenemos como solución particular a partir de (6):

$$\Rightarrow Z_p(t) = \frac{-\omega_0^2 y_0 \sin(\omega t)}{\sqrt{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + (\omega/\zeta)^2}} \quad (7)$$

Luego buscamos la aceleración de la solución (7):

$$\Rightarrow \ddot{Z}_p(t) = \frac{-\omega_0^2 \omega y_0 \cos(\omega t)}{\sqrt{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + (\omega/\zeta)^2}}$$

$$\Rightarrow \ddot{Z}_p(t) = \frac{\omega_0^2 \omega^2 y_0 \sin(\omega t)}{\sqrt{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + (\omega/\zeta)^2}}$$

Como no hay amortiguamiento $\Rightarrow \zeta \rightarrow \infty$

$$\Rightarrow \ddot{Z}_p(t) = \frac{\omega_0^2 \omega^2 y_0 \sin(\omega t)}{\omega_0^2 - \omega^2} \quad / \cdot \text{Max}(\cdot)$$

$$\Rightarrow \ddot{Z}_{\max p}(t) = \frac{\omega_0^2 \omega^2 y_0}{\omega_0^2 - \omega^2} \quad (8)$$

Imponemos la condición de enunciado a (8):

$$\Rightarrow \left| \frac{\omega_0^2 \omega^2 y_0}{\omega_0^2 - \omega^2} \right| < Z_g //$$

Luego se pueden analizar casos para ω respecto ω_0 .