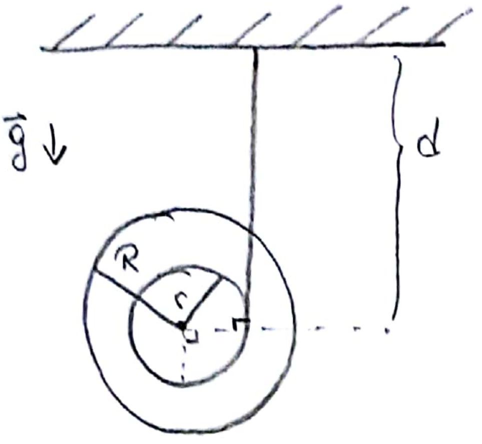
Auxiliar 7:

P1



yo-yo: 2 discos M, R
+
1 disco $m \to 0, r$

$V_0 = 0$

$$I_{CM} = \frac{MR^2}{2} + \frac{MR^2}{2} + \frac{mr^2}{2}, \quad m \to 0 \Rightarrow I_{CM} = MR^2$$

Si lo desplazamos que Steiner:

$$\Rightarrow I_{hilo} = MR^2 + 2Mr^2 = M(R^2 + 2r^2)$$

$$\boxed{I_{eje\ giro} = M(R^2 + 2r^2)}$$

Ahora las ecuaciones de dinámica:

1) $\sum \vec{\tau}_{giro} = rMg = I_{eje}\alpha$

$$\Rightarrow Mrg = M(R^2 + 2r^2)\alpha$$

$$\Rightarrow \boxed{\frac{Mrg}{M(R^2 + 2r^2)} = \alpha}$$

La aceleración angular es igual en todo el yo-yo.

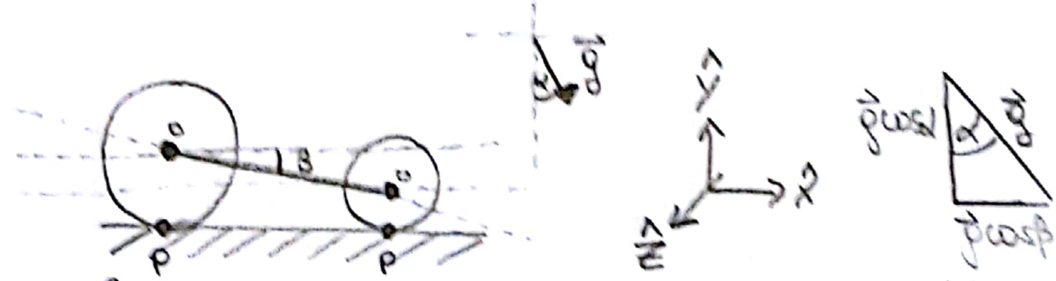
Por rodadura: $a_{r_i} = \alpha r_i$

$$\Rightarrow a_{CM} = \alpha r_{CM}$$

$$\Rightarrow a_{CM} = \frac{\cancel{M}rg \cdot r}{\cancel{M}(R^2 + 2r^2)}$$

$$\Rightarrow \boxed{a_{CM} = \frac{r^2 g}{R^2 + 2r^2}} \quad //$$

P2



Q:

Tenemos 2 opciones para calcular el torque: ($\hat{z}$)

① τ en los centros de rotación:

$$\tau_{PA} = M_a R_a g \operatorname{sen}\alpha + T R_a \cos\beta = I_{PA}\alpha_A$$

$$\tau_{PB} = M_b R_b g \operatorname{sen}\alpha - T R_b \cos\beta = I_{PB}\alpha_B$$

② τ en los centros de masa: → En éste caso, es la opción + fácil.

$$\tau_{OA} = -R_A F_{rA} = I_A \alpha_A$$

$$\tau_{OB} = -R_B F_{rB} = I_B \alpha_B$$

Como la cuerda está tensa $\forall t$, ambos cuerpos se mueven con igual a_{CM}. (es en $\hat{x}$).

Por rodadura: A) $a_{CM} = R_A \alpha_A$

B) $a_{CM} = R_B \alpha_B$

Usaremos el método 2:

$\Rightarrow \tau_{OA} \Rightarrow R_A F_{RA} = I_A \alpha_A$, reemplazando cond. de rodadura

$$\Rightarrow F_{RA} = \frac{-I_A a_{CM}}{R_A^2}$$ y análogamente

$$\Rightarrow \tau_{OB} \Rightarrow F_{RB} = \frac{-I_B a_{CM}}{R_B^2}$$

$\hat{x}$) A y B) $(M_A + M_B)a = (M_A + M_B) g \operatorname{sen}\alpha - F_{rA} - F_{rB}$

$$\Rightarrow a = \frac{(M_A + M_B) g \operatorname{sen}\alpha - F_{rA} - F_{rB}}{M_A + M_B}$$

$$\Rightarrow a = \frac{\cancel{(M_A + M_B)} g \operatorname{sen}\alpha}{\cancel{(M_A + M_B)}} + \frac{a_{CM}}{(M_A + M_B)}\left(\frac{I_B}{R_B^2} + \frac{I_A}{R_A^2}\right)$$

Como a_{CM} para A y B es igual y es la aceleración del sistema: $a = a_{CM}$

$$\Rightarrow a\left(1 - \frac{1}{M_A + M_B}\left(\frac{I_B}{R_B^2} + \frac{I_A}{R_A^2}\right)\right) = g \operatorname{sen}\alpha$$

$$\Rightarrow a = \boxed{\frac{g \operatorname{sen}\alpha}{\left(1 - \frac{\left(\frac{I_B}{R_B^2} + \frac{I_A}{R_A^2}\right)}{(M_A + M_B)}\right)}} \;//$$

b: Basta con hacer la $\Sigma \vec{F}$ para algún cuerpo por si solo:

$\hat{x}$) A) $M_A a = M_A g \operatorname{sen}\alpha + T\cos\beta - F_{rA}$

$$\Rightarrow \boxed{T = \frac{M_a(a - g \operatorname{sen}\alpha) + F_{rA}}{\cos\beta}} \;//$$

, a y F_{rA} conocidos