FI1002-3
Sistemas Newtonianos
Profesor: Rodrigo Soto

Auxiliar 5

Auxiliares: Guido Escudero, Teresa Paneque & Francisco Silva
Fecha: 12 de septiembre de 2017

Resumen

- Torque: $\vec{\tau} = \vec{r} \times \vec{F}$
- Momento de inercia: $I_o = \sum m_i r_i^2$
- Teorema de Steiner (ejes paralelos):

$$I_A = I_o + MR_{o-A}^2$$

- Teorema de los ejes perpendiculares:

$$I_\perp = I_{xx} + I_{yy}$$

- Momentum angular: $\vec{L} = \vec{r} \times \vec{p} = m\vec{r} \times \vec{v}$
- Ecuación de torque: $\dot{\vec{L}} = \vec{\tau}$
- Velocidad angular: $\vec{\omega} = \omega\hat{e} = \dot{\theta}\hat{e}$
- Aceleración angular: $\vec{\alpha} = \alpha\hat{e} = \dot{\omega}\hat{e} = \ddot{\theta}\hat{e}$
- Momentum angular de un sólido rígido: $\vec{L_o} = I_o\vec{\omega}$
- Ecuación de torque para un sólido rígido:

$$\vec{\tau} = I_o\vec{\alpha} = I_o\dot{\vec{\omega}} = I_o\ddot{\theta}\hat{e}$$

- Energía cinética: $K = K_{CM} + K_{Rot}$
- Energía potencial: $U = U_g + U_e$
- Energia mecánica: $E = U + K$
- Conservación de la energía (si no hay fuerzas disipativas):

$$E_i = E_f \Longleftrightarrow U_i + K_i = U_f + K_f$$

- Conservación del momentum angular: $I_i\omega_i = I_f\omega_f$
- Rodadura:

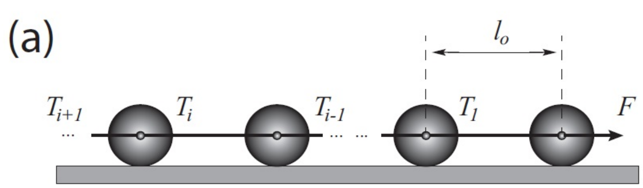
$$\Delta x = R\Delta\theta$$
$$v = R\omega = R\dot{\theta}$$
$$a = R\alpha = R\ddot{\theta}$$

- Momentos de inercia:

Aro en el centro $I = MR^2$
Disco en el centro $I = \frac{1}{2}MR^2$
Disco en el diámetro $I = \frac{1}{4}MR^2$
Barra en el extremo $I = \frac{1}{3}ML^2$
Barra en el centro $I = \frac{1}{12}ML^2$

Problemas

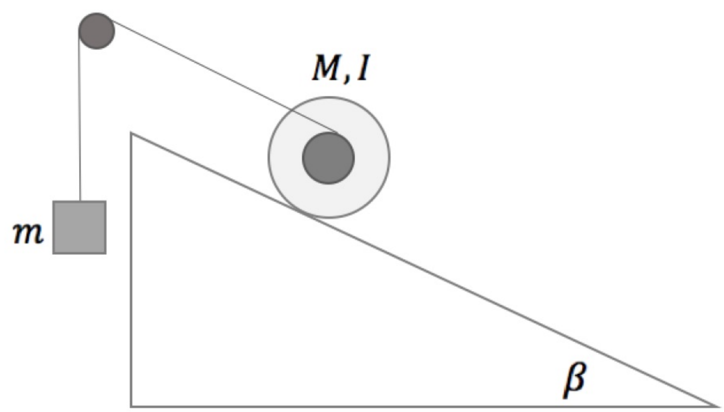
P1. N cilindros de masa M y radio R se amarran por sus centros geométricos uno después de otro con cuerdas sin masa de largo lo > 2R, formando una cadena. La cadena estirada se coloca encima de una plataforma horizontal sobre la que cada cilindro puede rodar sin resbalar como se muestra en la figura (a). Si se tira la cadena desde el primer cilindro (el de más a la derecha) por medio de una fuerza F calcule la tensión de la cuerda que una al cilindro i con el cilindro i + 1-ésimo.



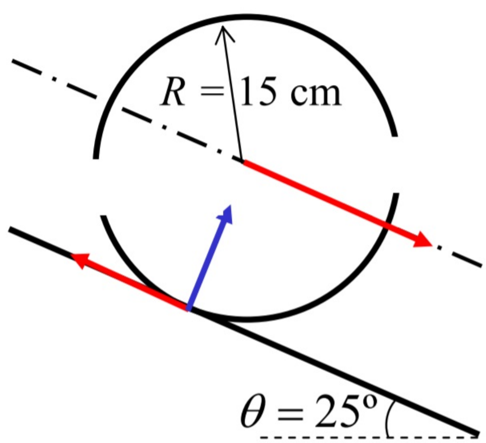
P2. Un carrete consiste en dos discos de radio exterior R, unidos a un cilindro de radio r como se muestra en la figura. El carrete tiene masa M y momento de inercia I, y se encuentra sobre un plano inclinado en un ángulo β atado mediante una cuerda ideal a una masa m:

(i) Calcular la aceleración de la masa m cuando el sistema es liberado desde el reposo y el hilo se enrolla en el carrete, haciéndolo bajar rodando sin resbalar. Note que el desplazamiento de la masa depende del descenso del carrete y del cambio de longitud de la cuerda a medida que esta se enrolla en el carrete.

(ii) Determinar la condición que deben satisfacer las masas m y M para que el carrete efectivamente ruede hacia abajo del plano inclinado.



P3. Considere un cilindro macizo y homogéneo de 30 cm de diámetro colocado sobre un plano inclinado 25º. ¿Cuál es el valor mínimo del coeficiente de rozamiento para que el cilindro descienda rodando sin deslizar? ¿Cuál es su aceleración angular?



P4. Se tiene un disco en un plano inclinado con un ángulo θ que rueda sin resbalar. Encuentre la expresión de energía cinética generalizada Considere el disco de masa M, radio R y momento de inercia I e I_g.