



Auxiliar 9

23 de Agosto de 2017

- P1.** Considere una caminata aleatoria en $\mathbb{Z}$ que comienza en el origen 0. En cada momento, el caminante tiene una probabilidad $0 \leq p \leq 1$ de moverse una unidad a la derecha y $1 - p$ de moverse una unidad a la izquierda. Encuentre una expresión para la probabilidad $P(x, n)$ de que el caminante se encuentre en el punto x , con $x \geq 0$, luego de n pasos.
- P2.** Suponga que m y n son enteros positivos. ¿Cuál es la probabilidad que un entero positivo escogido aleatoriamente menor que mn sea no divisible por m o por n ?
- P3.** a) ¿Cuál es la probabilidad de que al tomar una palabra binaria de largo 10 al azar esta sea un palíndromo?
b) ¿Cuál es la probabilidad de que al tomar una palabra binaria de largo 11 al azar esta sea un palíndromo?
- P4.** El pequeño Sven esta de cumpleaños y para esta fecha tan especial su tío le regalo una permutación generada uniformemente al azar de los números $\{1, 2, \dots, n\}$ la cual denotaremos de la forma $a_1, a_2, \dots, a_n$. Su tío le define una inversión como un par (i, j) donde $1 \leq i < j \leq n$ y $a_i > a_j$. Dado que Sven es muy curioso quiere calcular el numero esperado de inversiones en la permutación. Ayuda a Sven en esta difícil tarea!
- P5.** a) Encuentre una relación de recurrencia para la cantidad de palabras ternarias de largo n que no contengan símbolos consecutivos iguales.
b) Encuentre una relación de recurrencia para la cantidad de palabras ternarias de largo n que contengan dos símbolos consecutivos iguales.
- Anotación: Una palabra ternaria es una palabra que solo contiene 0s, 1s y 2s.*
- P6.** En el puzzle de las Torres de Hanoi, suponga que nuestro objetivo es llevar los n discos desde la clavija 1 hasta la clavija 3, sin embargo, no podremos mover discos directamente entre las clavijas 1 y 3. Cada movimiento de un disco deberá ser un movimiento que involucre a la clavija 2. Como es usual, no podemos dejar un disco encima de otro disco de menor tamaño. Encuentre una relación de recurrencia para la cantidad mínima de movimientos necesarios para resolver este puzzle, teniendo en cuenta la restricción antes mencionada.