

**PROGRAMA DE CURSO**

Código	Nombre			
MA4703	Control Óptimo : Teoría y Laboratorio			
Nombre en Inglés				
Optimal Control : Theory and Laboratory				
SCT	Unidades Docentes	Horas de Cátedra	Horas Docencia Auxiliar	Horas de Trabajo Personal
9	15	3	1.5 (aux) + 3 (lab)	7.5
Requisitos			Carácter del Curso	
MA3701 Optimización, MA4801 Análisis Funcional			Obligatorio de especialidad	
Resultados de Aprendizaje				
<p>Conocer los fundamentos teóricos y algorítmicos de la teoría matemática de control óptimo. Conocer la teoría de controlabilidad y optimización de sistemas dinámicos deterministas descritos en tiempo continuo. Aprender y aplicar diversos conceptos fundamentales del Control Óptimo, como los criterios de controlabilidad (Kalman), de optimalidad (principio del máximo Pontryagin) y el principio de la programación dinámica. Desarrollar habilidades computacionales a través de la simulación numérica de modelos y de la implementación de métodos para la resolución de problemas de control óptimo lineales y no lineales, utilizando para ello el software MATLAB. Los modelos que se estudiará provienen de problemas aplicados tales como la estabilización del péndulo invertido, la gestión óptima de recursos naturales y la gestión de biorreactores. Al finalizar este curso, el alumno habrá fortalecido además las siguientes capacidades: destreza en técnicas de modelamiento matemático, análisis de resultados numéricos y síntesis de conclusiones a partir de los mismos, organización y planificación del trabajo individual y en equipo, diseño de estrategias para resolver problemas, habilidades en las relaciones interpersonales, capacidad para comunicar sus ideas y trabajar en grupo.</p>				

Metodología Docente	Evaluación General
<p>Clases de cátedra teóricas y auxiliares prácticas. Para un mayor desarrollo de la fortaleza del cálculo científico, el curso se complementa curso con laboratorios teórico-computacionales dirigidos y proyectos aplicados a través de los laboratorios asociados.</p>	<p>3 controles y un examen conforman la Nota de Control (NC). La realización de 6 de 7 laboratorios obligatorios y presentación de un proyecto aplicado conforman la Nota de Laboratorios (NL). La asistencia a los laboratorios es obligatoria. La evaluación de cada laboratorio será un promedio ponderado entre la evaluación in situ y la presentación del informe la semana siguiente a cada laboratorio. La evaluación de los proyectos constituirá una nota y será un promedio ponderado del avance, presentación final oral e informe final del proyecto. NL será un promedio ponderado de los laboratorios y del proyecto. La nota del curso final será 60% NC y 40% NL. Ambas actividades deben aprobarse por separado.</p>

1. Según el artículo 35 del reglamento de estudios FCFM, el profesor tiene la facultad de realizar un examen oral a un estudiante. Esta instancia podrá darse, por ejemplo, cuando el alumno presente inasistencias reiteradas a los controles. De ser examinado en ambas formas (escrita y oral), recibirá calificaciones parciales separadas, las que se promediarán aritméticamente para dar la calificación del examen.

### Resumen de Unidades Temáticas

Número	Nombre de la Unidad	Duración en Semanas
1	Control de sistemas lineales	7
2	Teoría del control óptimo no lineal	4
3	Programación dinámica y ecuaciones de Hamilton-Jacobi-Bellman	4
	<b>TOTAL</b>	<b>15.0</b>

Número	Nombre de la Unidad	Duración en Semanas
<b>Lab 1</b>	Introducción	<b>0.5</b>
<b>Lab 2</b>	Controlabilidad y observabilidad de un sistema lineal	<b>2</b>
<b>Lab 3</b>	Estabilidad y detectabilidad de un sistema lineal	<b>2</b>
<b>Lab 4</b>	Filtro de Kalman discreto	<b>2</b>
<b>Lab 5</b>	Problemas de tiempo mínimo	<b>2</b>
<b>Lab 6</b>	Principio del máximo de Pontryagin	<b>2</b>
<b>Lab 7</b>	Ecuaciones de Hamilton-Jacobi-Bellman	<b>2</b>
<b>Proyecto</b>	<i>Temas varios:</i> Dos ejemplos de proyectos son los siguientes: <ul style="list-style-type: none"> <li>– Modelar, simular, estimar y controlar la dinámica de un sistema mecánico como el péndulo invertido.</li> <li>– Aplicar el modelo de Ramsey para simular el crecimiento de una economía.</li> </ul>	<b>2.5</b>
	<b>TOTAL</b>	<b>15.0</b>

**Nota sobre compatibilidad:** Este laboratorio está diseñado para ser compatible con otro similar simultáneo para una misma generación. En este caso, la semana introductoria podría ser común. Además, se puede compartir un horario común para las salas de computadores equipadas.

Semana	Módulo presentaciones (miércoles) de 10h15 a 11h45 (1.5hrs)	Módulos frente a computador (viernes) de 16h00 a 19h30 (3.5hrs)
1	Sesión introductoria común	Laboratorio 1 común, formación de grupos
2	Proposición posibles de proyectos	<i>Laboratorio 2 paralelo</i>
3	<i>Informe Laboratorio 2 paralelo</i>	Laboratorio 2
4	Informe Laboratorio 2	<i>Laboratorio 3 paralelo</i>
5	<i>Informe Laboratorio 3 paralelo</i>	Laboratorio 3
6	Informe Laboratorio 3	<i>Laboratorio 4 paralelo</i>
7	<i>Informe Laboratorio 4 paralelo</i>	Laboratorio 4
8	Informe Laboratorio 4	<i>Laboratorio 5 paralelo</i>
9	<i>Avance de proyectos paralelo (2h) Informe Laboratorio 5 paralelo</i>	Laboratorio 5
10	Avance de proyectos Informe Laboratorio 5	<i>Laboratorio 6 paralelo</i>
11	<i>Informe Laboratorio 6 paralelo</i>	Laboratorio 6
12	Informe Laboratorio 6	<i>Laboratorio 7 paralelo</i>
13	<i>Informe Laboratorio 7 paralelo</i>	Laboratorio 7
14	<i>Evaluación Proyectos paralelo</i> Informe Laboratorio 7	<i>Evaluación Proyectos paralelo</i>
15	Evaluación Proyectos	Evaluación Proyectos

### Unidades Temáticas

Número	Nombre de la Unidad	Duración en Semanas
1	Control de sistemas lineales	7
Contenidos	Resultados de Aprendizajes de la Unidad	Referencias a la Bibliografía
1. Formulación de problemas de control óptimo. 2. Controlabilidad y observabilidad de sistemas lineales. 3. Principio bang-bang. 4. Control de tiempo óptimo de sistemas lineales. 5. Teoría lineal cuadrática. Ecuación de Riccati y sus propiedades. Filtro de Kalman.	El estudiante: 1. Determina la controlabilidad u observabilidad de sistemas lineales. 2. Determina condiciones de optimalidad de un problema de tiempo óptimo lineal. Resuelve problemas simples. 3. Determina condiciones de optimalidad de un problema lineal cuadrático. Conoce las aplicaciones de la teoría lineal cuadrática y del filtro de Kalman.	3, 6

Número	Nombre de la Unidad	Duración en Semanas
2	Teoría de control óptimo no lineal	4
Contenidos	Resultados de Aprendizajes de la Unidad	Referencias a la Bibliografía
1. Resultados de existencia de problemas de control óptimo no lineal. 2. El Principio del Máximo de Pontryagin. 3. Revisión de métodos numéricos de control óptimo. 4. Aplicaciones del Principio del Máximo en problemas de economía, física, ingeniería, etc.	El estudiante: 1. Conoce los resultados de existencia y unicidad. 2. Determina condiciones de optimalidad de un problema no lineal utilizando el Principio del Máximo. Resuelve problemas simples. 3. Conoce las alternativas de resolución numérica de problemas. 4. Conoce distintas aplicaciones del Principio del Máximo.	2, 3, 4, 5, 6

Número	Nombre de la Unidad	Duración en Semanas
3	Programación dinámica y ecuaciones de Jamilton-Jacobi-Bellman	4
Contenidos	Resultados de Aprendizajes de la Unidad	Referencias a la Bibliografía
1. El algoritmo de programación dinámica. Principio de Bellman. 2. Programación dinámica en tiempo discreto. 3. Programación dinámica en tiempo continuo. Función valor y ecuaciones de Jamilton-Jacobi-Bellman (HJB). 4. Revisión de métodos numéricos para resolver HJB y sintetizar el control óptimo. 5. Relaciones y diferencias entre el Principio del Máximo y las ecuaciones de Jamilton-Jacobi-Bellman. 6. Aplicaciones.	El estudiante: 1. Conoce y aplica el principio de Bellman a problemas de programación dinámica. 2. Conoce la formulación y resolución de problemas de programación dinámica en tiempo discreto. 3. Deriva la ecuación de HJB de un problema de control óptimo. 4. Conoce como resolver y sintetizar un control óptimo mediante las ecuaciones de HJB.	1, 3, 6

### Laboratorios

Número	Nombre de la Unidad	Duración en Semanas
Lab 1	Introducción.	0.5
Contenidos	Resultados de Aprendizajes de la Unidad	Referencias a la Bibliografía
<ul style="list-style-type: none"> <li>Parte A. Comandos básicos y cálculo vectorial.</li> <li>Parte B. Funciones vectoriales.</li> <li>Parte C. Gráficos 1d, 2d y 3d.</li> </ul>	El objetivo de esta primera sesión es que el alumno se familiarice con el software matlab. Si el alumno está ya familiarizado con él, los primeros	Se recomienda revisar el libro de Moler, C. (disponible en

<ul style="list-style-type: none"> <li>Parte D. Aplicaciones (ver bibliografía).</li> </ul>	<p>ejercicios debieran ser fáciles y se puede avanzar a los siguientes de mayor complejidad. Si no está familiarizado, debe realizarlos desde el comienzo y leer el pequeño resumen de comandos matlab.</p>	<p>web), en particular el Cap. 2 sobre ecuaciones lineales y el ejemplo de PageRank de Google.</p>
---	---	--

Número	Nombre de la Unidad	Duración en Semanas
Lab 2	Controlabilidad y observabilidad de un sistema lineal	2
Contenidos	Resultados de Aprendizajes de la Unidad	Referencias a la Bibliografía
<ul style="list-style-type: none"> <li>Parte A. Modelamiento del movimiento de un barco carguero.</li> <li>Parte B. Análisis de la controlabilidad y observabilidad del modelo usando herramientas del MATLAB.</li> </ul>	<p>El objetivo de este laboratorio es determinar la controlabilidad y observabilidad de un sistema lineal controlado. Para esto, se pide verificar los respectivos criterios de manera directa y usando el Toolbox de Control de MATLAB. También se estudian conceptos relacionados como la matriz Grammiana y la forma canónica de Brunovski.</p>	[1,2,3]

Número	Nombre de la Unidad	Duración en Semanas
Lab 3	Estabilidad y detectabilidad de un sistema lineal	2
Contenidos	Resultados de Aprendizajes de la Unidad	Referencias a la Bibliografía
<ul style="list-style-type: none"> <li>Parte A. Estabilidad y reguladores.</li> <li>Parte B. Estimadores de estado.</li> <li>Parte C. Conexión entre reguladores y estimadores</li> </ul>	<p>El objetivo de este laboratorio es estudiar la estabilidad y detectabilidad de un sistema lineal. Utilizaremos el modelo introducido en el Laboratorio 2 para la navegación de un barco sujeto a corrientes marinas.</p>	[1,2,3]

Número	Nombre de la Unidad	Duración en Semanas
Lab 4	Filtro de Kalman discreto	2
Contenidos	Resultados de Aprendizajes de la Unidad	Referencias a la Bibliografía
<ul style="list-style-type: none"> <li>Parte A. Teoría del filtro de Kalman discreto.</li> <li>Parte B. Aplicaciones: Calibración de un Modelo.</li> <li>Parte C. Aplicaciones: Estimación de un Sistema.</li> </ul>	<p>En este laboratorio se persigue el doble propósito de desarrollar el trasfondo teórico básico asociado al filtro de Kalman discreto, y asimismo modelar y analizar un par de aplicaciones utilizando este concepto.</p>	[6]

Número	Nombre de la Unidad	Duración en Semanas
Lab 5	Problemas de tiempo mínimo	2
Contenidos	Resultados de Aprendizajes de la Unidad	Referencias a la Bibliografía
<ul style="list-style-type: none"> <li>Parte A. Control de un carro-cohete en tiempo mínimo y método de resolución directo.</li> <li>Parte B. Despegue de un cohete en tiempo mínimo y método de resolución indirecto.</li> </ul>	En este laboratorio se resuelve numéricamente dos problemas de control óptimo a tiempo mínimo. Se introducirán dos métodos: el directo y el indirecto.	[3,4]

Número	Nombre de la Unidad	Duración en Semanas
Lab 6	Principio del máximo de Pontryagin	2
Contenidos	Resultados de Aprendizajes de la Unidad	Referencias a la Bibliografía
<ul style="list-style-type: none"> <li>Parte A. Modelamiento.</li> <li>Parte B. Formulación del Principio del Máximo de Pontryagin (PMP).</li> <li>Parte C. Resolución numérica de las condiciones de optimalidad dadas por el PMP.</li> </ul>	El objetivo de este laboratorio es utilizar el principio del máximo de Pontryagin para un problema específico y resolverlo numéricamente utilizando una aplicación de Matlab apropiada.	[3,5]

Número	Nombre de la Unidad	Duración en Semanas
Lab 7	Ecuaciones de Hamilton-Jacobi-Bellman	2
Contenidos	Resultados de Aprendizajes de la Unidad	Referencias a la Bibliografía
<ul style="list-style-type: none"> <li>Parte A. Ecuación de HJB en Control Óptimo: Una introducción.</li> <li>Parte B. Estudio analítico del Carro-Cohete mediante HJB.</li> <li>Parte C. Estudio numérico del Carro-Cohete mediante HJB</li> </ul>	En este laboratorio se ilustra la relación existente entre las ecuaciones de Hamilton-Jacobi-Bellman (HJB) y el control óptimo. Se analiza un problema de control óptimo resolviendo numéricamente una de estas ecuaciones.	[4]

Número	Nombre de la Unidad	Duración en Semanas
Proyectos	Temas varios	2.5
Contenidos	Resultados de Aprendizajes de la Unidad	Referencias a la Bibliografía
<p>Al inicio del semestre se presentan a los alumnos los proyectos disponibles. Se les pide a los alumnos que seleccionen uno que se ajuste más a sus intereses. Los proyectos se pueden realizar en grupos pequeños.</p> <p>Ejemplos de temas de proyectos:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Modelar, simular, estimar y controlar la dinámica de un sistema mecánico como el péndulo invertido.</li> <li>- Aplicar el modelo de Ramsey para simular el crecimiento de una economía.</li> </ul>	<p>Se espera que el alumno desarrolle con su grupo un proyecto numérico, el cual deberá presentar en un primer avance a mediados de semestre y luego en una presentación final con los resultados obtenidos. El alumno a través del proyecto aplicará los conocimientos teóricos y numéricos aprendidos a un problema de mayor complejidad.</p>	

Bibliografía
<p>[1] Wendell H. Fleming &amp; Raymond W. Rishel, <i>Deterministic and Stochastic Optimal Control</i>, Springer-Verlag, 1975.</p> <p>[2] Eduardo D. Sontag, <i>Mathematical Control Theory: Deterministic Finite Dimensional Systems</i>, Springer, 1998.</p> <p>[3] Emmanuel Trélat, <i>Contrôle optimal : théorie &amp; applications</i> Vuibert, Collection "Mathématiques Concrètes", 2005.</p> <p>[4] Lawrence C. Evans, <i>An Introduction to Mathematical Optimal Control Theory</i>, Lecture Notes. <a href="http://math.berkeley.edu/~evans/control.course.pdf">http://math.berkeley.edu/~evans/control.course.pdf</a></p> <p>[5] M. Cizniar, M. Fikar, and M.A. Latifi: <i>MATLAB Dynamic Optimisation Code DYNOPT, User's guide</i>, Technical Report, KIRP FCHPT STU, Bratislava, 2006. <a href="http://www.kirp.chft.stuba.sk/publication_info.php?id_pub=271">http://www.kirp.chft.stuba.sk/publication_info.php?id_pub=271</a></p> <p>[6] Greg Welch and Gary Bishop, <i>An introduction to the Kalman Filter</i>, TR 95-041, Department of Computer Science University of North Carolina at Chapel Hill Chapel Hill, 2006 <a href="http://www.cs.unc.edu/~welch/kalman/kalmanIntro.html">http://www.cs.unc.edu/~welch/kalman/kalmanIntro.html</a></p>

Vigencia desde:	Otoño 2016
Elaborado por:	Héctor Ramírez (2013)
Revisado por:	Aris Daniilidis (Jefe Docente)