

MA2002-3 Cálculo Avanzado y Aplicaciones

Profesor: Gino Montecinos G.

Auxiliares: Vicente Ocqueteau C., Sebastián Urzúa B.



## Auxiliar 5: Repaso C1

26 de Abril de 2017

**P1.** Considere el campo vectorial

$$F(x, y, z) = (y^2z^3, 2xyz^3, 3xy^2z^2 + y)$$

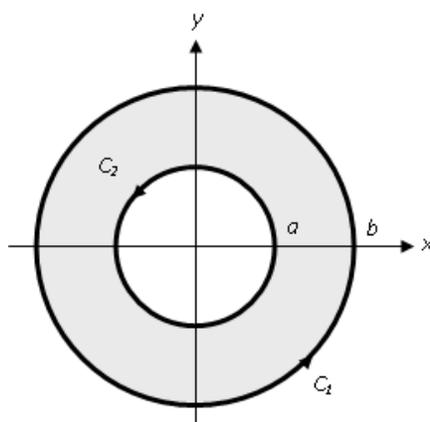
y la curva  $\mathcal{C}$  definida como la intersección del cilindro  $x^2 + z^2 = 4$  con la semi-esfera  $x^2 + (y - 2)^2 + z^2 = 4$ ,  $x \leq 0$ , orientada de abajo hacia arriba.

- a) Calcule el rotor de  $F$  y deduzca que se trata de la suma de dos campos  $F = F_1 + F_2$ , donde  $F_1$  es conservativo y  $F_2$  es de la forma

$$F_2 = (0, 0, f(y))$$

- b) Encuentre un potencial para  $F_1$ .  
c) Calcule la integral de  $F$  sobre la curva  $\mathcal{C}$ .

- P2.** a) Sea  $S$  la superficie dada por el plano  $x + y + z = 1$  en el primer octante, orientada hacia arriba y sea  $\mathcal{C}$  su frontera, orientada en sentido antihorario (vista desde arriba). Considere el campo  $F(x, y, z) = (x^2 - y^2, y^2 - z^2, z^2 - x^2)$ . Calcule la circulación de  $F$  sobre la curva  $\mathcal{C}$ .  
b) Calcule el momento de inercia de un anillo homogéneo de radio interno  $a$ , radio externo  $b$  y masa  $M$ , respecto al diámetro colineal al eje  $x$ , como se muestra en la siguiente figura.



En otras palabras, se pide calcular

$$I_x = \iint_S \rho y^2 dS,$$

donde  $\rho$  es la densidad del anillo.

**P3.** a) Considere el campo vectorial

$$F = (2x + y \operatorname{sen}(x - y), -y + y \operatorname{sen}(x - y), (x^2 + y^2)^{1/4} - z \operatorname{sen}(x - y))$$

¿En qué región puede afirmar que  $F$  es de clase  $\mathcal{C}^1$ ?

b) Calcule la integral de flujo

$$\iint_S F \cdot d\vec{S},$$

donde  $S$  es la superficie  $x^2 + y^2 = e^z$ , y  $z \in [0, 1]$ , orientada según normales que apunten alejándose del eje  $z$ .