MA2002-3 Cálculo Avanzado y Aplicaciones
Profesor: Gino Montecinos G.
Auxiliares: Vicente Ocqueteau C., Sebastián Urzúa B.

Auxiliar 12

21 de Junio de 2017

P1. El objetivo de este problema es calcular la integral:

$$\int_0^\infty \frac{cos(x^2) - sen(x^2)}{1+x^4} dx$$

Para ello, proceda como sigue:

a) Sea Γ_R la curva que delimita el sector circular de radio R y ángulo $\pi/2$, con $R > 1$. Calcule:

$$\int_{\Gamma_R} \frac{e^{iz^2}}{1+z^4} dz$$

b) Pruebe que $|e^{iz^2}| \leq 1$, para todo z en el primer cuadrante.

c) Deduzca que

$$\lim_{R\to\infty} \int_{\gamma_R} \frac{e^{iz^2}}{1+z^4} dz = 0,$$

donde γ_R es el arco dado por Γ_R.

d) Calcule lo pedido.

P2. Calcule las siguientes integrales:

a)

$$\int_{-\infty}^\infty \frac{x}{(x^2+2x+2)(x^2+4)} dx$$

b)

$$\int_{-\infty}^\infty \frac{sen^2(x)}{x^2+1} dx$$

c)

$$\frac{1}{2\pi i} \int_{|z|=r} sen\left(\frac{1}{z}\right) dz$$