MA1101-6 Introducción al Álgebra 2017
Profesora: María Leonor Varas
Auxiliar: Pablo Paredes Haz

Auxiliar 3: Control 1

7 de abril de 2017

(P1) Se define por recurrencia la colección de reales $(a_n)_{n\in\mathbb{N}}$ de la siguiente forma:

$$a_1 = 2$$

$$a_{n+1} = \frac{12}{1+a_n} \quad \forall n \geq 1$$

Demuestre por inducción que:

(a) $a_{2n-1} < a_{2n+1} \quad \forall n \geq 1$

(b) $a_{2n} > 3 \quad \forall n \geq 1$

(P2) Pruebe por inducción que

(a) $\forall n \geq 1 \quad 4^{2n+1} + 3^{n+2}$ es divisible por 13

(b) $\forall n \geq 1 \quad \sum_{k=1}^{n} \frac{1}{k^2} \geq \frac{3}{2} - \frac{1}{n+1}$

(c) Todo número mayor o igual que 2 se puede escribir como producto de potencias de números primos.

(P3) Una de las sucesiones más famosas es la sucesión de Fibonacci, esta se define por recurrencia de la siguiente forma:

$$F(1) = 1, F(2) = 1, F(n) = F(n-1) + F(n-2) \quad \forall n \geq 3$$

Demuestre por inducción las siguientes propiedades:

(a) $(\forall n \geq 1) \sum_{i=1}^{n} F(i) = F(n+2) - 1$

(b) Dos números consecutivos en la sucesión son coprimos (no comparten ningún divisor, salvo el 1)

(P4) Considere el conjunto $A = \{-1, 0, 1\}$. Determine el valor de verdad de las siguientes proposiciones y luego niéguelas.

(a) $(\forall x \in A)(\forall y \in A) x + y \leq 1$

(b) $(\forall x \in A)(\exists y \in A) x^2 \leq y$

(P5) En una isla, hay dos tipos de personas: los verios, que dicen solo la verdad, y los falsios, que dicen solo la mentira. En esta isla hay 3 personas: Patricio, Ximena y Raimundo. Raimundo dice: "Si yo soy verio, entonces hay al menos 1 falsio". Determine si Raimundo es verio o falsio.