

MA1101-6 Introducción al Álgebra 2017

Profesora: María Leonor Varas**Auxiliar:** Pablo Paredes Haz

Auxiliar 2: Inducción

5 de abril de 2017

(P1) Demuestre por inducción los siguientes resultados:

- (a) El producto de 3 naturales consecutivos es múltiplo de 6
- (b) $\forall n \geq 1, 2^{2n} - 3n - 1$ es divisible por 9

(P2) Pruebe que para todo natural $n \geq 4$ se cumple que $n! > 2^n$

(P3) Una de las sucesiones más famosas es la sucesión de Fibonacci, esta se define por recurrencia de la siguiente forma:

$$F(1) = 1, F(2) = 1, F(n) = F(n-1) + F(n-2) \forall n \geq 3$$

Demuestre por inducción las siguientes propiedades:

- (a) $\forall n \geq 1, F(n) < 2^n$
- (b) $\forall n \geq 6, F(n) > \left(\frac{3}{2}\right)^{n-1}$
- (c) $\forall n \geq 2, F(n+1) \cdot F(n-1) - (F(n))^2 = (-1)^n$ (Identidad de Cassini)

(P4) Un trominó es una pieza de 2×2 pero sin un cuadrado, por lo que queda en forma de L rotada como se desee. Considere un tablero de $2^n \times 2^n$ al cual le falta una casilla. Muestre por inducción que se puede teselar este tablero con trominós.

(P5) **Propuesto:** Demuestre que los números de la forma 12008, 120308, 1203308, ... son divisibles por 19