

P9 pda $\forall n \in \mathbb{N} \geq 0$ $x-y$ es factor de $x^n - y^n$

En efecto, por inducción

Caso base: $n=1$ $x^n - y^n = x^1 - y^1$
 $= x - y$

$$\Rightarrow \frac{x-y}{x-y} = 1 \quad y \quad 1 \in \mathbb{N}$$

Luego $x-y$ es factor de $x^1 - y^1$

HI: $\exists k \in \mathbb{N}$ ta $x-y$ divide a $x^k - y^k$

Paso Inductiva: debemos probar que $x-y$ divide a $x^{k+1} - y^{k+1}$

$$\begin{aligned} \Rightarrow x^{k+1} - y^{k+1} &= x^{k+1} - x^k y + x^k y - y^{k+1} \\ &= \underbrace{x^k (x-y)}_{x-y \text{ lo divide por caso base}} + \underbrace{y(x^k - y^k)}_{x-y \text{ lo divide por HI}} \end{aligned}$$

Luego $x-y$ divide a $x^{k+1} - y^{k+1}$ $\Rightarrow$

Se concluye lo pedido