MA1101-1 Introducción al Álgebra
Profesor: Leonardo Sánchez C.
Auxiliar: Marcelo Navarro

Auxiliar Extra C1

03 de abril de 2017

P1. *a*) Demuestre que $\exists m \in \mathbb{Z},\ \dfrac{m-7}{2m+4} = 5$

b) Demuestre que $\forall n \in \mathbb{N}, [n \text{ es par} \iff n^2 \text{ es par}]$

P2. Demuestre $\forall n \in \mathbb{N}$

a) $n^3 + 5n$ es multiplo de 6

b) $13 \mid 4^{2n+1} + 3^{n+2}$

Obs: La expresión $a \mid b$ se lee "a divide a b"

P3. Determine el menor $n_0 \in \mathbb{N}$ a partir del cual es válida la desigualdad $3n + 2 < 2^n$ y demuestre que la desigualdad es cierta $\forall n \geq n_0$ usando inducción.

P4. Sea T_n una sucesión, definida recursivamente por:

$$\begin{aligned} T_n &= 5T_{n-1} - 4T_{n-2},\ \forall n \geq 3 \\ T_1 &= 3 \\ T_2 &= 15 \end{aligned}$$

a) Calcule T_3, T_4 y T_5

b) Con estos valores, conjeture un valor no recursivo para T_n y demuestre usando inducción que su conjetura es correcta.

P5. Recordemos que los números de Fibonacci son una secuencia definida por la recurrencia:

$$\begin{aligned} f_1 &= 1 \\ f_2 &= 1 \\ f_{n+2} &= f_{n+1} + f_n,\ \forall n \geq 1 \end{aligned}$$

pruebe que

$$1^2 + 1^2 + 2^2 + 3^2 + \cdots + f_n^2 = f_n f_{n+1}$$