

Newton

Chicos! Aquí esta la resolución hecha en clases de la sumatoria

$$\sum_{k=0}^n \binom{n}{k} \frac{(-1)^k}{1+k}$$

Les recomiendo, intentar resolverla por si solos, y luego ver el desarrollo.

Ademas les recordare unas cositas

- i) Tengan mucho cuidado con la definición de factorial y de coeficiente binomial
- ii) Por lo general, para enfrentarse a un problema de calcular una sumatoria con coeficiente binomial, En primer lugar por lo general (no siempre) los problemas tratan de empezar con un coeficiente binomial para luego generar otro distinto (ver las auxiliares).
Les recomiendo
 - i) trabajar el coeficiente binomial, con factoriales y usar convenientemente la definición de factorial, Para luego con un poco de algebra, astucia (Nikita Nipone, multiplicar por "1", etc) y un poco de suerte llegar a otro coeficiente binomial

Importante: Todo esto es para pasar de
 $\Sigma \Rightarrow (a+b)^n$

ii) Recuerden que para aplicar binomio de Newton se debe cumplir lo siguiente

$$\sum_{K=0}^n \binom{n}{K} a^K b^{n-K} = (a+b)^n$$

el número de abajo en el coeficiente binomial, debe ser "K"

* el número de arriba del coeficiente binomial debe ser igual al número donde termina la suma

* La suma debe partir de 0

* Un número debe estar elevado a "K" y el otro a "n-K", donde "n" es el mismo número de arriba del coeficiente binomial y el mismo número donde termina la sumatoria

! Lo más importante al final es reconocer los términos "a" y "b", en la sumatoria.

En el caso de que no salga ningún número acompañando al coeficiente binomial, jueguen con el número "1", como se realizó en clases

PROBARTE

Calcular $\sum_{k=0}^n \binom{n}{k} \frac{(-1)^k}{k+1}$, empecemos...

$$\sum_{k=0}^n \binom{n}{k} \frac{(-1)^k}{k+1} = \sum_{k=0}^n \frac{n!}{k!(n-k)!} \cdot \frac{(-1)^k}{k+1}$$

Definición de coeficiente binomial

$$= \sum_{k=0}^n \frac{n!}{k!(k+1) \cdot (n-k)!} \cdot (-1)^k$$

Junto $k!(k+1)$

$$= \sum_{k=0}^n \frac{n!}{(k+1)! \cdot (n-k)!} \cdot (-1)^k$$

Definición de factorial

$$= \sum_{k=0}^n \frac{n!}{(k+1)! \cdot (n-k)!} \cdot (-1)^k \cdot \frac{n+1}{n+1}$$

→ multiplicar por "1" conveniente

$$= \sum_{k=0}^n \frac{n! \cdot (n+1)}{(k+1)! \cdot (n-k)!} \cdot (-1)^k \cdot \frac{1}{n+1}$$

Juntar $n!(n+1)$

$\frac{1}{n+1}$ es constante
Pues no tiene "k"

$$= \frac{1}{(n+1)} \sum_{k=0}^n \frac{(n+1)!}{(k+1)! \cdot (n-k)!} \cdot (-1)^k$$

Definición de factorial y

saco las constantes

$$= \frac{1}{(n+1)} \sum_{k=0}^n \frac{(n+1)!}{(k+1)!(n+1-1-k)!} (-L)^k$$

NIKITA
NIPONE

$$= \frac{1}{n+1} \sum_{k=0}^n \frac{(n+1)!}{(k+1)!(n+1-(k+1))!} \cdot (-1)^k$$

Agrupar
convenientemente

$$= \frac{1}{n+1} \sum_{k=0}^n \binom{n+1}{k+1} (-L)^k$$

Definición de
coeficiente binomial
(TAREA: verificarlo)

$$= \frac{1}{n+1} \sum_{k=0+1}^{n+1} \binom{n+1}{(k-1)+1} (-L)^{k-1}$$

Traslación de
índices

$$= \frac{1}{n+1} \sum_{k=1}^{n+1} \binom{n+1}{k} \frac{(-L)^k}{-1}$$

Propiedad de
Potencias

$$= \frac{1}{n+1} \cdot -L \sum_{k=1}^{n+1} \binom{n+1}{k} (-L)^k$$

Sacar las constantes

$$= \frac{-1}{n+1} \left(\sum_{k=1}^{n+1} \binom{n+1}{k} (-L)^k + \binom{n+1}{0} (-L)^0 - \binom{n+1}{0} (-L)^0 \right)$$

NIKITA NIPONE

PROBLEMA

(2)

Como agregamos mediante el NIKITA NIPONE el termino $k=0$, ahora la suma empezara desde 0

$$= \frac{-1}{n+1} \left(\sum_{k=0}^n \binom{n+1}{k} (-1)^k - \underbrace{\binom{n+1}{0} (-1)^0}_{\text{recordar que } \binom{n}{0} = 1} \right)$$

$$= \frac{-1}{n+1} \left(\sum_{k=0}^{n+1} \binom{n+1}{k} (-1)^k \cdot 1^{n+1-k} - 1 \right)$$

$$= \frac{-1}{n+1} \left(\underbrace{\binom{n+1}{0} (-1)^0 + \binom{n+1}{1} (-1)^1 + \dots + \binom{n+1}{n+1} (-1)^{n+1}}_{\text{Binomio de Newton :0}} - 1 \right)$$

$-1+1=0$

$$= \frac{-1}{n+1} \left(\cancel{0^{n+1}} - 1 \right)$$

$$= \frac{1}{n+1}$$