MA1101-1 Introducción al Álgebra
Profesor: Leonardo Sánchez C.
Auxiliar: Marcelo Navarro

Auxiliar N°3: Conjuntos

13 de abril de 2017

Resumen Materia:

- $x \in A$ se lee *"x pertenece a A"*.
- $A \subseteq B$ se lee *"A es subconjunto de B"*.
- El cjto universo se simboliza por lo general con $\mathcal{U}$ y el vacio con $\emptyset$.
- $x \in \emptyset$ siempre será falso.
- Escribir un conjunto que sea solo de los elementos que cumplen una proposición *p(x)*.
  $A = \{x \in \mathcal{U} : p(x)\}$.
- $A \subseteq B \iff (\forall x \in \mathcal{U})[x \in A \Rightarrow x \in B]$.
- $A = B \iff (\forall x \in \mathcal{U})[x \in A \Leftrightarrow x \in B]$.
  O en terminos de subconjuntos:
  $A = B \iff A \subseteq B \wedge B \subseteq A$
- Prop:
  1. $A = A$
  2. $A = B \iff B = A$
  3. $A = B \wedge B = C \iff A = C$
  4. $A \subseteq A$
  5. $A \subseteq B \wedge B \subseteq C \implies A \subseteq C$
- Sean A y B dos subconjuntos de $\mathcal{U}$. Se definen las siguientes operaciones entre conjuntos:
  1. $A \cup B = \{x \in \mathcal{U} : x \in A \vee x \in B\}$
  2. $A \cap B = \{x \in \mathcal{U} : x \in A \wedge x \in B\}$
  3. $A^c = \{x \in \mathcal{U} : x \notin A\}$
  4. $A \setminus B = \{x \in \mathcal{U} : x \in A \wedge x \notin B\} = A \cap B^c$
  5. $A \triangle B = (A \setminus B) \cup (B \setminus A) = (A \cup B) \setminus (A \cap B)$
- La unión, y intersección cumplen conmutatividad, asociatividad, distributividad, De Morgan.
- Se define el conjunto potencia o partes de un conjunto como: $\mathcal{P}(A) = 2^A = \{X : X \subseteq A\}$
- Se define el producto cartesiano entre A y B como: $A \times B = \{(a,b) : a \in A \wedge b \in B\}$

P1. Sea A, B, C conjuntos, demuestre que

a) $(A \cap B) \cup (A^c \cap B) \cup (A^c \cap B^c) = A^c \cup B$

b) $B \subseteq A \wedge A \subseteq C \iff A \cup B = A \cap C$

c) si A, B no son vacios, entonces $A \cap B = \emptyset \implies A \cup B^c = B^c$

d) $A \subseteq B \subseteq C \implies C \setminus (B \setminus A) = A \cup (C \setminus B)$

P2. Sean $A, B \subseteq \mathcal{U}$ demuestre que:

a) $\emptyset \notin \mathcal{P}(A) \setminus \mathcal{P}(B)$

b) $\mathcal{P}(A \setminus B) \subseteq (\mathcal{P}(A) \setminus \mathcal{P}(B)) \cup \{\emptyset\}$
¿Cuando no se da la igualdad?

P3. Sea A un subconjunto fijo del conjunto universo $\mathcal{U}$. Probar que $\forall X, Y \subseteq \mathcal{U}$ se tiene que

$$(X \cup A = Y \cup A) \wedge (X \cap A = Y \cap A) \implies X = Y$$