MA1101-1 Introducción al Álgebra
Profesor: Leonardo Sánchez C.
Auxiliar: Marcelo Navarro

Auxiliar N°2: Repaso control

06 de abril de 2017

P1. *[Control 1 2016 - P1.1]* Demuestre, sin usar tablas de verdad, que

$$[(p \vee q) \Leftrightarrow r] \Longrightarrow [(q \Rightarrow r) \wedge (p \Rightarrow r)]$$

es una tautología

P2. *[Control 1 2015 - P1.b]* Muestre que las proposiciones:

a) $(\forall x)(\exists y)(p(x) \Longrightarrow p(y))$

b) $(\exists y)(\forall x)(p(x) \Longrightarrow p(y))$

Son ambas verdaderas ($\forall\ p(\cdot)$), donde $p(\cdot)$ es una función proposicional

P3. *[Control 3 2013 - P1.a]* Demuestre que $(\forall n \in \mathbb{N} \cup \{0\})\ 5^{2n} + (-1)^{n+1}$ es divisible por 13.

P4. *[Control 3 2014 - P2]*

a) Demuestre por inducción que

$$(1+x)^n \geq 1 + nx, \forall n \in \mathbb{N}, x > -1,\ x \text{ fijo}$$

b) Sea la secuencia definida por.

$$a_1 = 1\ ,\ a_{n+1} = a_n + \frac{1}{n+1},\ (\forall n \in \mathbb{N} \setminus \{0\})$$

pruebe usando inducción que:

$$a_1 + a_2 + \cdots + a_n = (n+1)a_n - n$$

P5. *[Control 3 2009 - P1.b]* Sean $a_1, a_2, \ldots, a_n$ reales positivos ($a_i > 0\ \forall i \in \{1, \ldots, n\}$)
Demuestre por inducción que

$$(1+a_1)\cdot(1+a_2)\cdot(1+a_3)\cdot\cdots\cdot(1+a_n) \geq 1 + a_1 + a_2 + \cdots + a_n$$

P6. *[Propuesto: P1 - Guia de problemas, apunte]* Probar por inducción que para todo $n \geq 1$
$2 \cdot 7^n + 3 \cdot 5^n - 5$ es divisible por 24
obs: intente, cuando sea debido, una inducción dentro de la inducción principal

P7. *[Propuesto 2]* Probar que el producto de tres numeros consecutivos es múltiplo de 6