

**MA1101-1 Introducción al Álgebra****Profesor:** Leonardo Sánchez C.**Auxiliar:** Marcelo Navarro**Inducción: Teselando con triominós**

El objetivo de esta pregunta es demostrar que se puede teselar (salvo una casilla, que llamaremos  $(i, j)$ ) un tablero de tamaño  $2^n \times 2^n$  casillas usando solo piezas llamadas **triominós**.

Dado un número entero  $n \geq 1$ , considere un tablero  $T(n)$  de  $2^n \times 2^n$  casillas. Un triominó es una pieza con forma de L como muestra la figura a continuación.

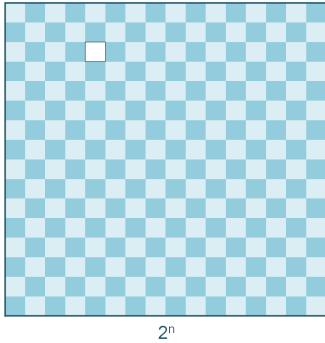
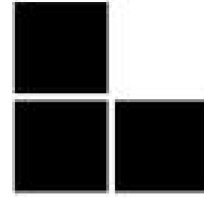
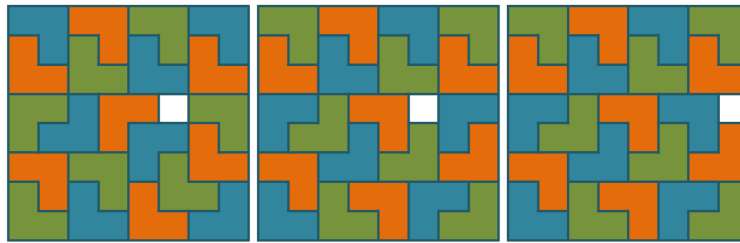
Figura 1: Ejemplo tablero de  $2^n \times 2^n$ 

Figura 2: triominó

Un triominó puede colocarse en el tablero usando tres de sus casillas. De esta forma, llamaremos  $(i, j)$ -solucion de  $T(n)$  a una forma de llenar el tablero con triominós de manera que

1. Los triominós cubran la totalidad del tablero salvo la casilla  $(i, j)$
2. no hayan triominós superpuestos.

Figura 3: Ejemplo de soluciones para tablero de  $2^3 \times 2^3$ 

**Pregunta:** Demuestre que  $\forall n \in \mathbb{N}$ , sin importar en donde este  $(i, j)$  en el tablero, es posible encontrar una solución al problema, es decir, da lo mismo el tamaño del tablero y da lo mismo la posición  $(i, j)$  siempre voy a poder teselar o embaldosar el tablero de tamaño  $2^n \times 2^n$  (el cual tiene un agujero en la posición  $(i, j)$ ).

**observación:** Al probar esto considerando que da lo mismo la posición  $(i, j)$ , en realidad se probando que:

$(\forall n \in \mathbb{N})(\forall (i, j) \in \{1, 2, 3, \dots, 2^n\} \times \{1, 2, 3, \dots, 2^n\})$  es posible encontrar una solución (...).