

MA1101-1 Introducción al Álgebra

Profesor: Leonardo Sánchez C.

Auxiliar: Marcelo Navarro



Auxiliar N°1: Lógica

23 de marzo de 2017

P1. Sean p y q proposiciones. Se define la proposición $p * q$, por la siguiente tabla de verdad:

p	q	$p * q$
V	V	F
V	F	F
F	V	F
F	F	V

- a) Probar que $\sim p \Leftrightarrow (p * p)$ y que $(p \vee q) \Leftrightarrow \sim (p * q)$.
 b) Expresar las proposiciones $(p \Rightarrow q)$ y $(q \wedge p)$ usando sólo $*$ y \sim .

P2. Determine los valores de verdad de las proposiciones p , q , r , s y t , si se sabe que la proposición:

$$[(p \Leftrightarrow q) \wedge \overline{(r \Rightarrow s)} \wedge \bar{t}] \Longrightarrow [s \vee (q \Rightarrow s)] \text{ es falsa}$$

P3. Demuestre sin usar tablas de verdad que las siguientes proposiciones son tautologías

- a) $[(p \Rightarrow \bar{q}) \wedge (\bar{r} \vee q) \wedge r] \Longrightarrow \bar{p}$
 b) $[(p \Rightarrow \bar{q}) \wedge (r \Rightarrow q)] \Longrightarrow (p \Rightarrow \bar{r})$
 c) $[(p \Rightarrow q) \wedge (\bar{s} \Rightarrow \bar{r})] \Longrightarrow [\bar{p} \vee \bar{r} \vee (q \wedge s)]$

P4. Sea $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$. Escribir en símbolos matemáticos, escribir su negación y averiguar el valor de verdad de las siguientes proposiciones:

- a) Hay un elemento en A que es mayor que los restantes.
 b) Existe un único en A elemento cuyo cuadrado es 4.
 c) Para cada elemento en A existe otro en A que es menor o igual que él.
 d) Existe un elemento cuyo cuadrado es igual a sí mismo.

P5. Sea F un conjunto de personas en una fila, para $x, y \in F$ se define la función proposicional $\phi(x, y)$: “ x está más adelante que y en la fila”. Sea $p \in F$, extraiga toda la información que pueda de las siguiente proposiciones cuantificadas:

- a) $(\forall x \in F)[\phi(x, p) \vee (x = p)]$
 b) $(\exists! x \in F)[\phi(x, p) \vee \phi(p, x)]$

P6. Demuestre que la proposición $(\exists y)[p(y) \Rightarrow (\forall x)p(x)]$ es una tautología.

Ejercicios propuestos

- P1.** a) Sean p, q, r proposiciones. Construir la proposición compuesta “ s ” (en función de p, q, r) cuya tabla de verdad es:

p	q	r	s
V	V	V	V
V	V	F	V
V	F	V	F
V	F	F	V
F	V	V	F
F	V	F	F
F	F	V	F
F	F	F	V

b) Probar que $s \Rightarrow (r \Rightarrow p)$ es una tautología.

c) ¿Que se puede concluir de esto? ¿Toda tabla de verdad posee una proposición lógica? justifique.

- P2.** Demuestre usando el método exploratorio las siguientes proposiciones.

a) $[(p \Rightarrow q) \Leftrightarrow p] \Leftrightarrow (p \wedge q)$

b) $[(p \vee q) \Leftrightarrow (p \wedge r)] \Rightarrow [(q \Rightarrow p) \wedge (p \Rightarrow r)]$

- P3.** Sean p y q proposiciones. Definamos la proposición,

$$(p \vdash q) \Leftrightarrow (\text{Existe una proposición } r \text{ tal que } (p \Rightarrow r) \wedge (r \Rightarrow q)).$$

Pruebe que $(p \vdash q) \Leftrightarrow (p \Rightarrow q)$.

- P4.** Si los 123 residentes de un edificio tienen edades que suman 3813 años, entonces existen 100 de ellos cuyas edades suman al menos 3100 años.

Indicación: Proceda por contradicción