Pauta Clase Auxiliar # 3 - Macroeconomía
Francisco Suárez Salas
P5.
(a)Dinámica del capital:

$$K_{t+1} = (1-\delta)K_t + sY_t$$

(b)Dividiendo a ambos lados por L_tA_t se obtiene:

$$\frac{K_{t+1}}{L_tA_t} = \frac{(1-\delta)K_t}{L_tA_t} + \frac{sY_t}{L_tA_t}$$

Donde $\tilde{k}_t = \frac{K_t}{L_tA_t}$ corresponde al capital por unidad de trabajo efectivo. Por lo tanto la dinámica del capital por trabajo efectivo será:

$$\frac{K_{t+1}(A_{t+1}L_{t+1})}{(A_{t+1}L_{t+1})L_tA_t} = \tilde{k}_{t+1}(1+a)(1+n) = (1-\delta)\tilde{k}_t + s\tilde{y}_t$$

De acuerdo a la ecuación obtenida en a)

(c)En el largo plazo la cantidad de capital por trabajo efectivo permanece constante ($\tilde{k}_{t+1} = \tilde{k}_t$), es decir:

$$\frac{K_{t+1}}{K_t} = \frac{\tilde{k}A_{t+1}L_{t+1}}{\tilde{k}A_tL_t} = (1+a)(1+n)$$

Luego planteamos la tasa de crecimiento del producto:

$$(1+g_y) = \frac{Y_{t+1}}{Y_t} = (1+\alpha)(1+n)$$

Esto se obtiene escribiendo la función de producción de cada período, luego escribiendo el capital en función del capital efectivo y simplificando de acuerdo al supuesto recién mencionado.

(d) Por definición de crecimiento de capital y a partir partir de la dinámica del capital se obtiene (dividiendo por K_t y reemplazando:

$$\frac{K_{t+1}}{K_t} = (1+g_k) = (1-\delta) + sK_t^{\alpha-1}(A_tL_t)^{1-\alpha} = (1-\delta) + s\frac{(A_tL_t)^{1-\alpha}}{K_t^{1-\alpha}}$$

Donde se observa lo pedido.

P6.
a) Planteamos la ecuación dinámica para el capital:

$$K_{t+1} = K_t + s(1-\tau)Y_t = K_t + s(1-\tau)K_t^{\alpha}(A_tL_t)^{1-\alpha}$$

Luego para encontrar el capital efectivo:

$$\frac{K_{t+1}(A_{t+1}L_{t+1})}{(A_{t+1}L_{t+1})L_tA_t} = \frac{K_t}{A_tL_t} + s(1-\tau)\frac{K_t^{\alpha}(A_tL_t)^{1-\alpha}}{A_tL_t}$$

Luego encontramos lo pedido:

$$\tilde{k}_{t+1}(1+a) = \tilde{k}_t + s(1-\tau)\tilde{k}_t^{\alpha}$$

b) Recordemos que en el estado estacionario tendremos $\tilde{k}_{t+1} = \tilde{k}_t = k^*$ imponiendo esto en la ecuación anterior y reordenando obtenemos:

$$k^* = \Big(\frac{s(1-\tau)}{a}\Big)^{\frac{1}{1-\alpha}}$$

Por lo tanto, el ingreso per cápita y el ingreso disponible serán:

$$y^* = (k^*)^{\alpha} = \Big(\frac{s(1-\tau)}{a}\Big)^{\frac{\alpha}{1-\alpha}}$$

$$y_d^* = (1-\tau)(k^*)^{\alpha} = (1-\tau)\Big(\frac{s(1-\tau)}{a}\Big)^{\frac{\alpha}{1-\alpha}} = \Big(\frac{s}{a}\Big)^{\frac{\alpha}{1-\alpha}}(1-\tau)^{\frac{1}{1-\alpha}}$$

Para ver cómo afecta el aumento de impuesto en el ingreso per cápita disponible de estado estacionario basta con calcular derivadas:

$$\frac{\partial y_d}{\partial \tau} = \left(\frac{s}{a}\right)^{\frac{\alpha}{1-\alpha}} (1-\tau)^{\frac{1}{1-\alpha}} \frac{1}{1-\alpha}(-1) < 0$$

Por lo tanto un aumento de la tasa de impuesto disminuye el ingreso per cápita disponble de estado estacionario, esto ocurre pues al aumentar la tasa de impuesto el ingreso disponible de las personas se reduce, lo cual provoca que la inversión disminuya.