



Auxiliar 1: Oscilaciones

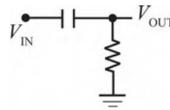
Martes 21 de marzo

P1. Oscilaciones en un gas:

- Hallar la frecuencia de vibración en condiciones adiabáticas de una columna de gas encerrada en un tubo cilíndrico, cerrado por un extremo y con un pistón de masa m bien ajustado pero puede moverse libremente.
- Una bola de acero de 2 cm de diámetro oscila verticalmente en un tubo de vidrio con un orificio de precisión montado sobre un frasco de vidrio de 12 litros que contiene aire a la presión atmosférica. Comprobar que el periodo de oscilación deberá ser de 1 seg aproximadamente. (Asuma que las variaciones de presión son adiabáticas, con $\gamma = 1,4$. Densidad del acero = 7600 kg/m^3)

P2. Filtros Eléctricos:

Para el circuito de la figura, se aplica un voltaje de entrada (V_{in}) con respecto a tierra, y se mide un voltaje de salida (V_{out}) con respecto al suelo. Si se aplica un voltaje sinusoidal de entrada $V_{in} = V_i \cos(\omega t)$, se observa un voltaje de salida sinusoidal $V_{out} = V_o \cos(\omega t + \phi)$.



- Demostrar que $\frac{V_o}{V_i} = 1/\sqrt{1 + (\frac{\omega_{hi}}{\omega})^2}$, con $\omega_{hi} = \frac{1}{RC}$
- Demostrar que el desfase de las señales es: $\phi = \arctan(\frac{\omega_{hi}}{\omega})$
- Dado que ϕ es positivo, ¿la señal de salida se atrasa o adelanta a la señal de entrada?

Suponga que el condensador es reemplazado por una inductancia L , si todas las otras condiciones del sistema permanecen inalteradas:

- Demostrar que $\frac{V_o}{V_i} = 1/\sqrt{1 + (\frac{\omega}{\omega_{lo}})^2}$, con $\omega_{lo} = \frac{R}{L}$
- Demostrar que el desfase de las señales es: $\phi = \arctan(\frac{-\omega}{\omega_{lo}})$

P3. Amortiguamiento por Radiación:

Un resultado de la electrodinámica clásica es el hecho de que una carga puntual q que experimenta una aceleración a , emite radiación electromagnética (ondas), según la formula de Larmor de potencia:

$$P = \frac{q^2 a^2}{6\pi\epsilon_0 c^3}$$

Con c la velocidad de la luz en el vacío y ϵ_0 la permitividad eléctrica del vacío. Considere un electrón que oscila en un movimiento armónico de forma estable, con frecuencia f y amplitud A . En este problema se demostrará que la energía radiada genera una fuerza de amortiguamiento viscoso. Asumiendo que la energía perdida por el electrón en un ciclo es mucho menor que la energía de la oscilación, se puede aproximar el movimiento como sinusoidal.

(a) Demuestre que la energía radiada en un ciclo es:

$$E_{ciclo} = \frac{4\pi^3 e^2 f^3 A^2}{3\epsilon_0 c^2}$$

(b) Por lo tanto demuestre que: $\frac{\Delta E}{\Delta t} \propto E$, donde ΔE es la energía perdida en un ciclo y Δt es el periodo de un ciclo.

(c) Demostrar que en promedio la energía decae exponencialmente (de igual forma que un oscilador con roce viscoso). Calcular el tiempo característico en el cual la energía se reduce en un factor e .

(d) Demostrar que el factor de calidad definido como $Q = \frac{\omega}{\gamma}$ (con γ el inverso del tiempo característico) es:

$$Q = \frac{3\epsilon_0 m c^3}{e^2 f}$$