

Auxiliar 13: Corriente de desplazamiento y Ondas

Profesor: Matías Montesinos

Auxiliares: Fabián Álvarez & Diland Castro

Fecha: 2X de Junio de 2017

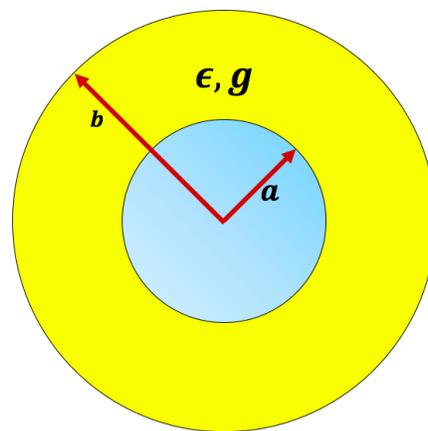
Relaciones útiles:

$$\nabla^2 \vec{E} - \mu\epsilon \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} = 0 \quad \vec{E}(\vec{r}) = \vec{E}_c e^{-j\vec{k}\cdot\vec{r}} \quad \vec{r} = x\hat{x} + y\hat{y} + z\hat{z} \quad \vec{k} = k\hat{k} \quad k = w\sqrt{\mu\epsilon} = \frac{w}{v} \quad \lambda = \frac{2\pi}{k} \quad v = \frac{1}{\sqrt{\mu\epsilon}}$$

$$\vec{B} = \frac{\vec{k} \times \vec{E}}{w} \quad \vec{E} \perp \vec{B} \perp \vec{k} \quad \vec{\nabla} \cdot \vec{D} = \rho \quad \vec{\nabla} \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \quad \vec{\nabla} \cdot \vec{B} = 0 \quad \vec{\nabla} \times \vec{H} = \vec{J} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}$$

P1. [Corriente de desplazamiento]

Se tiene un condensador esférico como el de la figura. Entre las esferas conductoras existe un material de permitividad ϵ y conductividad g , que permiten que el condensador se descargue a través del medio. Inicialmente el condensador tiene una carga Q_0 . Se pide:



- Obtener la densidad de corriente de conducción ($J_{conduccion}$) de la configuración.
- El vector desplazamiento y a partir de esto encuentre una expresión para la densidad de corriente de desplazamiento ($J_{desplazamiento}$).
- ¿Qué puede inferir respecto al campo magnético entre dichas placas?

Indicación: Puede serle útil pensar en la situación de estabilidad y a partir de ello, inferir el campo magnético.

P2. [Ondas electromagnéticas]

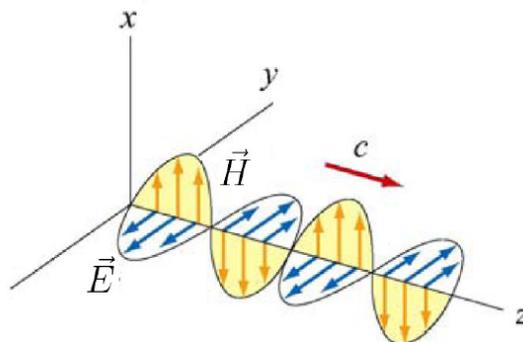
Considere un campo eléctrico dado por:

$$\vec{E}(t, \vec{x}) = E_m \sin(\omega t - \beta z) \hat{j}$$

Éste se encuentra en el espacio libre. A partir de lo anterior, se desea:

- Encontrar el Vector Desplazamiento $\vec{D}(t, \vec{x})$.
- El Campo Magnético $\vec{B}(t, \vec{x})$.
- Vector Intensidad de Campo Magnético $\vec{H}(t, \vec{x})$
- Calcule el vector de Poynting. ¿Hacia dónde apunta este vector?
- Dibuje \vec{E} y \vec{H} para $t = 0$.

Indicación: Considere que los campos \vec{E} y \vec{B} son perpendiculares entre sí (si no lo convence, demuéstrelo!, es un buen ejercicio).



P3. [Más Ondas]

Considere la siguiente expresión para el campo eléctrico:

$$\vec{E} = E_0(\hat{x} + j\hat{y} - j\hat{z}) \cdot e^{-j\sqrt{2}\pi(y+z)}$$

- (a) Comprobar que el campo eléctrico dado en la expresión anterior corresponde a una onda plana uniforme.

Indicación: Una onda plana puede escribirse de la siguiente manera:

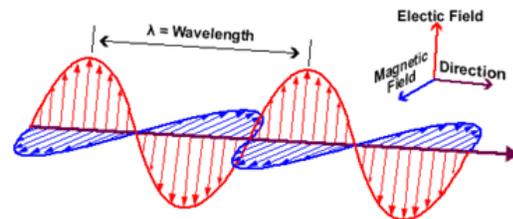
$$\vec{E}(\vec{r}) = \vec{E}_c e^{-j\vec{k} \cdot \vec{r}}$$

- (b) Si las unidades de x e y , en la expresión del campo eléctrico están en metros. Determine la dirección de propagación (\hat{k}) y la longitud de onda (λ) de la onda plana.
- (c) Si la propagación tiene lugar en el vacío, encuentre la frecuencia
- (d) Por último, encuentre la expresión del vector Intensidad de Campo Magnético.

Indicación:

$$\vec{H}(\vec{r}) = \frac{\hat{k}}{\eta} \times \vec{E} = \frac{\hat{k}}{\eta} \times \vec{E}_c e^{-j\vec{k} \cdot \vec{r}}$$

Considere $\eta [\Omega]$, la impedancia intrínseca del medio conocida



P4. [Más Ondas]

Una onda electromagnética tiene un campo eléctrico dado por la siguiente forma:

$$\vec{E} = E_0 \cos(kt - wt) \hat{i}$$

Se propaga por un medio lineal con permitividad ϵ y permitividad μ .

Suponiendo que el campo magnético \vec{B} es de la forma $\vec{B}_0 \cos(kz - wt)$.

- (a) Identifique la frecuencia de la onda, su velocidad de propagación, longitud y determine k en términos de la frecuencia.
- (b) Demuestre que:

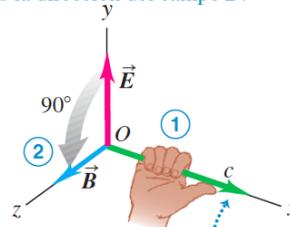
$$\vec{B}_0 = B_0 \sqrt{\epsilon\mu} E_0 \hat{j}$$

- (c) Determine la dirección en que se propaga la energía.

Regla de la mano derecha para una onda electromagnética

- ① Apunte el pulgar de su mano derecha en la dirección de propagación de la onda.
- ② Imagine que hace girar 90° el campo vectorial \vec{E} en el sentido en que se doblan sus dedos.

Ésa es la dirección del campo \vec{B} .



Dirección de propagación = dirección de $\vec{E} \times \vec{B}$.