Universidad de Chile
Facultad de Cs. Físicas y Matemáticas
Departamento de Física
FI2002: Electromagnetismo- Semestre Otoño 2017

Auxiliar 4: Energía electrostática - Condensadores - Ec. de Poisson

Profesor: Matías Montesinos
Auxiliares: Fabián Álvarez & Diland Castro
Fecha: 10 de Abril de 2017

RESUMEN

Potencial Eléctrico por definición

$$\vec{V}(\vec{r}) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\iiint \frac{dq'}{||\vec{r}-\vec{r}'||} \tag{1}$$

Relación con el Campo Eléctrico

$$\vec{V}(\vec{r}) = -\int_{\vec{r}_{ref}}^{\vec{r}} \vec{E}\cdot d\vec{l} + V_{ref} \tag{2}$$

$$\nabla\vec{V}(\vec{r}) = -\vec{E}(\vec{r}) \tag{3}$$

Consideraciones:

De la ecuación (2) es posible inferir lo conveniente que resulta fijar $V_{ref} = 0$ (Generalmente se utiliza el infinito como referencia, pero depende del problema).
Es importante recalcar que no es lo mismo El potencial eléctrico que una diferencia de potencial.

Se define la **Diferencia de Potencial** entre los puntos B_{Final} y $A_{Inicial}$ como:

$$V_{BA} = V_B - V_A \tag{4}$$

Trabajo de un campo eléctrico

El trabajo (externo) que se debe realizar para mover una carga desde un punto A a otro B es:

$$W = \int_A^B dW = -q\int_A^B \vec{E}\cdot d\vec{l} \tag{5}$$

Notar que, la diferencia de potencial entre los puntos B y A se relaciona de la siguiente manera con el trabajo.

$$V_{BA} = V_B - V_A = \frac{W}{q} = -\int_A^B \vec{E}\cdot d\vec{l} \tag{6}$$

- **Poisson**

$$\nabla^2 V(\vec{r}) = -\frac{\rho(\vec{r})}{\epsilon_0} \tag{7}$$

- **Laplace:** Cuando No hay carga

$$\nabla^2 V(\vec{r}) = 0 \tag{8}$$

Observación: Para utilizar estas técnicas se debe contar con las condiciones de borde.

- Laplaciano en cilíndricas:

$$\nabla^2 V = \frac{1}{\rho}\frac{\partial}{\partial\rho}\left(\rho\frac{\partial V}{\partial\rho}\right) + \frac{1}{\rho^2}\frac{\partial^2 V}{\partial\phi^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial z^2}$$

- Laplaciano en cartesianas:

$$\nabla^2 V = \frac{\partial^2 V(x,y,z)}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 V(x,y,z)}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 V(x,y,z)}{\partial z^2}$$

- Laplaciano en esféricas:

$$\nabla^2 V = \frac{1}{r^2}\frac{\partial}{\partial r}\left(r^2\frac{\partial V}{\partial r}\right) + \frac{1}{r^2\sin\theta}\frac{\partial}{\partial\theta}\left(\sin\theta\frac{\partial V}{\partial\theta}\right) + \frac{1}{r^2\sin^2\theta}\frac{\partial^2 V}{\partial\phi^2}$$

Condensadores y Energía electrostática

- **Capacitancia** $C = \frac{Q}{\Delta V}$
- **Energía:** $U = \frac{1}{2}\frac{Q^2}{C} = \frac{1}{2}C(\Delta V)^2$

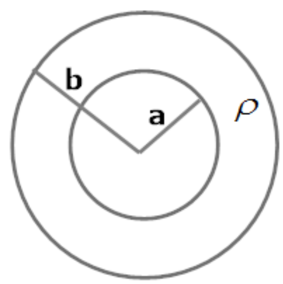
Universidad de Chile
Facultad de Cs. Físicas y Matemáticas
Departamento de Física
FI2002: Electromagnetismo- Semestre Otoño 2017

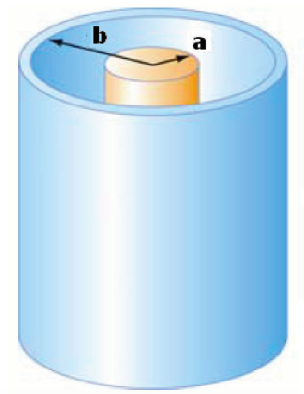
Auxiliar 4: Energía electrostática - Condensadores - Ec de Poisson

Profesor: Matías Montesinos
Auxiliares: Fabián Álvarez & Diland Castro
Fecha: 10 de Abril de 2017

P1. **[Ecuación de Poisson]**
Se tienen dos conductores cilíndricos coaxiales indefinidos, de radio a y b. En el espacio entre ambos cilindros se encuentra una densidad volumétrica de carga $\rho = \frac{\rho_0}{r}$, donde r es la distancia radial.

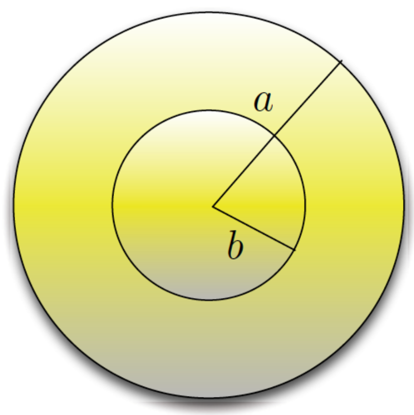
Si el conductor de radio a se encuentra a potencial cero, mientras que el de radio b se encuentra a potencial V_0, calcule el potencial en el espacio entre ambos cilindros.





P2. **[Energía en Condensadores]**
Se desea diseñar un condensador esférico a partir de un casquete conductor esférico de radio exterior a, que sea capaz de almacenar la mayor cantidad de energía posible, sujeto a la restricción que el campo eléctrico en la superficie de la esfera conductora interior, concéntrica con el casquete y de radio $b < a$, no pueda exceder un valor dado E_0.

(a) Calcule, en función de E_0, a y b constantes, el valor que debe tener el radio b y la magnitud de la energía que puede almacenar el conductor.



P3. **[Condensadores]**

Considere un cilindro sólido de radio a rodeado por una cáscara cilíndrica e radio interior b.
La longitud de ambos cilindros es L y consideramos que este largo es mucho mayor que las dimensiones de $(b - a)$, la separación entre cilindros, de manera que se puede despreciar los efectos de borde.
El condensador se carga de forma que el cilindro interior posea carga Q y el exterior carga -Q.

- **(a)**Calcule su capacitancia
- **(b)** Evalúe para los siguientes valores. L = 5 cm , b=0,5 cm y a = 0,1 cm
- **(c)** Si se conecta una batería de 5V a este condensador, cuanta carga se almacenará.