



Clase Auxiliar # 3

Tema: Lo último de Cinemática

Auxiliares: Astor Sandoval & Cristóbal Zenteno

24/03/2017

Problema Pendiente

Una partícula se mueve con rapidez constante v_0 sobre la superficie de un cono recto de semiángulo α de modo que la trayectoria que describe forma un ángulo β constante con la generatriz del cono. La partícula inicia su movimiento a una distancia l_0 del vértice del cono. Determine la ecuación de la trayectoria de la partícula usando coordenadas esféricas.

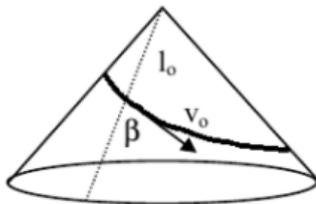


Figura 1: Problema Pendiente

Problema 1

Considere una curva descrita por coordenadas esféricas, donde $r = R_0$ y $\phi = N\theta$, donde N es un número entero par. Se tiene además que $\dot{\theta}$ cumple: $\dot{\theta}(0) = 0$ y $\dot{\theta}(t) = \omega_0$. Determine:

- Para una posición determinada cualquiera escriba los vectores velocidad y aceleración en coordenadas esféricas, sujeta a las restricciones del problema.
- El radio de curvatura en el ecuador.

Problema 2

Una partícula P se mueve en un plano con rapidez v_0 constante, siguiendo una trayectoria tal que el ángulo θ que forma su velocidad con el eje X es una función conocida del tiempo.

- Si $\theta(t) = \omega t$, con ω constante conocida, muestre que la trayectoria es una circunferencia y determine su radio.
- Si $\theta(t) = \alpha t^2$, donde α es una constante conocida, muestre que la trayectoria seguida por la partícula cumple la relación $s\rho_c = C$, donde ρ_c es el radio de curvatura, s es la distancia recorrida sobre la curva medida a partir del punto en que el ángulo $\theta = 0$ y C es una constante. Calcule C .

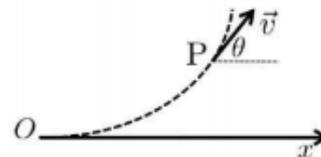


Figura 2: Problema 3

Problema 3

Un botero cruza un río de ancho D partiendo en un punto A y buscando llegar al punto D justo al frente de A en la otra orilla. Suponga que la velocidad del agua es \vec{v}_0 constante en todo el río. El botero imprime una velocidad \vec{v}_1 relativa al agua, de magnitud v_1 constante pero apuntando siempre hacia el punto O, de manera que la velocidad absoluta del bote es siempre $\vec{v} = \vec{v}_0 + \vec{v}_1$.

- Con coordenadas polares determine \dot{r} y $\dot{\theta}$ en función de constantes conocidas.
- Combine los resultados anteriores y determine $\frac{dr}{d\theta}$.
- Integre la ecuación anterior para encontrar $r(\theta)$ y analice qué condición debe cumplir v_1 para que el botero llegue al punto O.