Profesor: Luis Foa Torres
Auxiliares: Danilo Passi
Héctor Ramos
Nicolás Valdés

Pauta Auxiliar 4

Problema 3

Para poder realizar este problema, primero, debemos reconocer las velocidades angulares de cada aguja del reloj. El minutero da una vuelta cada una hora, por lo tanto su velocidad angular será: $w_m = 2\pi/3600 = \pi/1800\ rad/s$. Por su lado, el horario da una vuelta cada 12 horas (43200 s), por lo tanto, su velocidad angular será: $w_h = 2\pi/43200 = \pi/21600\ rad/s$.

Luego, debemos separar el tiempo que queremos encontrar en dos tiempos: Un tiempo T_1 que es una hora, ya que el minutero adelanta al horario desde el primer momento, y vuelve a su posición inicial después de una hora. Luego, debemos calcular cuánto se movió el horario en esa hora, para finalmente, calcular un tiempo T_2, que será el tiempo que le tome al minutero encontrar al horario nuevamente desde la posición inicial.

Entonces, en una hora el horario avanza:

$$\Delta\theta = w_h T_1$$
$$\Delta\theta = \frac{\pi}{21600} \times 3600$$
$$\Delta\theta = \frac{\pi}{6} rad$$

Entonces, pasado una hora, el minutero, que volvió a la posición inicial, y el horario están separados como un ángulo de $\pi/6\ rad$. Entonces, tal cual en cinemática, usaremos la fórmula de velocidades relativas, donde la distancia que los separa es igual a la resta de las velocidades por el tiempo que se demorarán en encontrarse:

$$\Delta\theta = (w_m - w_h)T_2$$
$$\frac{\pi}{6} = (\frac{\pi}{1800} - \frac{\pi}{21600})T_2$$
$$\frac{1}{6} = \frac{12-1}{21600} \times T_2$$
$$1 = \frac{11}{3600} \times T_2$$
$$T_2 = 3600/11 = 327,27\ s$$

Por lo tanto, el tiempo que se demoran en encontrarse será un tiempo total $T_T = T_1 + T_2 = 3600\ s + 327,27\ s = 3927,27\ s$.

Problema 4

Primero, debemos calcular el tiempo que se demora en caer la bolita arrojada por Don Vito Tortuleone, la cual cumple la siguiente ecuación:

$$h = \frac{gt^2}{2}$$

Dado que no tiene velocidad inicial, la ecuación de movimiento se reduce a la expresión de arriba. Ahora reemplazando los valores correspondientes queda:

$$\frac{5}{16} = \frac{10 \times t^2}{2}$$
$$\frac{1}{16} = t^2$$
$$t = \frac{1}{4}s$$

Luego, lo que sigue es calcular el número de vueltas que da la ruleta en aquel tiempo, para saber en qué sección de la ruleta caerá la bolita, y por ende, saber a qué número apostar. Con una velocidad angular de $w = 16\pi rad/s$ se tiene:

$$\frac{\Delta\theta}{tiempo} = w$$
$$\frac{\Delta\theta}{1/4} = 16$$
$$\Delta\theta = 16\pi \times \frac{1}{4}$$
$$\Delta\theta = 4\pi\ rad$$

Lo que quiere decir que el ángulo que recorre la ruleta es de $4\pi\ rad$, es decir, da dos vueltas completas (1 vuelta son $2\pi\ rad$) y, por lo tanto, la ruleta vuelve a estar en el número 1 cuando la bolita cae, por lo tanto, Don Vito Tortuleone debe apostar al número 1.

Problema 5

Para afrontar este problema debemos pensar en alguna cantidad que nos relacione la distancia D con lo que sucede en la rueda de la fortuna. Esta cantidad es la $tg(\alpha)$, donde α es el ángulo con que se arroja la piedra por debajo de la horizontal a la estudiante. Este mismo ángulo es el ángulo de elevación con el que el profesor mira hacia arriba, por lo tanto, tendremos la siguiente relación para la $tg(\alpha)$:

$$tg(\alpha) = \frac{V_{oy}}{V_{ox}} = \frac{2R}{D+R}$$

Por lo tanto, debemos encontrar las velocidades iniciales de la piedra para poder ocupar la segunda igualdad y poder encontrar D.

La velocidad inicial en el eje x es $V_{ox} = wR$, ya que la piedra cae verticalmente, y por lo tanto, en este eje se asume la velocidad con que venía la rueda de la fortuna. Mientras que para el eje y, se debe calcular con la ecuación de itinerario que sigue la piedra, donde la posición inicial es 2R, la posición final es el piso, por ende es y = 0, y el tiempo lo podemos encontrar con la velocidad angular de la rueda, ya que la estudiante y la piedra llegan en el mismo instante al piso, por lo tanto, se cumple que:

$$w = \frac{\pi}{T}$$
$$T = \frac{\pi}{w}$$

Luego, la ecuación de itinerario de la piedra queda como:

$$0 = 2R - V_{oy}(\frac{\pi}{w}) - \frac{g(\pi/w)^2}{2}$$
$$V_{oy}(\pi/w) = 2R - \frac{g\pi^2}{2w^2}$$
$$V_{oy} = \frac{4Rw^2 - g\pi^2}{2w\pi}$$

Finalmente, usando la igualdad encontrada para la tangente del ángulo α, se obtendrá:

$$\frac{V_{oy}}{V_{ox}} = \frac{2R}{D+R}$$

$$\frac{4Rw^2 - g\pi^2}{2w^2R\pi} = \frac{2R}{D+R}$$

$$D + R = \frac{4w^2R^2\pi}{4Rw^2 - g\pi^2}$$

$$D = \frac{4w^2R^2\pi - 4R^2w^2 + gR\pi}{4Rw^2 - g\pi^2}$$