

Mini Resumen C3

Esto es lo fundamental que ojalá lleguen sabiendo bien al control. Las ecuaciones con números son las que deberían saber y entender. Repasen también un poco dinámica y cinemática, muchas veces se mezclan con problemas de energía. Cualquier duda avisen por el foro, nos vemos mañana :D.

1 Trabajo y Energía

El trabajo W_F que realiza una fuerza $\vec{F}$, a través de un desplazamiento $\Delta\vec{x}$ es:

$$W_F = \vec{F} \cdot \Delta\vec{x} = F\Delta x \cos(\theta) \quad (1)$$

(Donde θ es el ángulo entre $\vec{F}$ y Δx .) Si sumamos los trabajos W_i que hace cada fuerza, tenemos el trabajo total W_T :

$$W_T = \sum W_i \quad (2)$$

La energía cinética K de una partícula con masa m y velocidad $\vec{v}$ es:

$$K = \frac{1}{2}mv^2 \quad (3)$$

Energía y trabajo son escalares (números)! Teorema de trabajo y energía:

$$W_T = K_f - K_i = \Delta K \quad (4)$$

Entonces si uno quiere usar este teorema para una partícula que va desde un punto A a un punto B , debe calcular el trabajo que hace cada fuerza en esta trayectoria, sumarlos todos, e igualarlos al cambio de energía cinética.

A veces el trabajo es difícil de calcular, entonces formamos un concepto nuevo: energía potencial. Para algunas fuerzas F (las conservativas) podemos definir una energía potencial U_F . El cambio de esta energía potencial cuando la fuerza hace un trabajo W_F será (por *definición*):

$$\Delta U_F = -W_F \quad (5)$$

Lo bacán de este nuevo concepto es que conociendo la energía potencial asociada a una fuerza, ya no hay que calcular el trabajo que realiza (será conocido a partir de la definición). Algunas energías potenciales que deberían conocer son la gravitacional U_g (dada una partícula de masa m a una altura h), y la elástica U_e (dada una partícula en un resorte de constante k , estirado una distancia Δx).

$$U_g = mgh \quad (6)$$

$$U_e = \frac{1}{2}k\Delta x^2 \quad (7)$$

Si una fuerza es no conservativa, no podemos definir una energía potencial para esta fuerza.

Ahora, hagamos una suma de todos los trabajos realizados por todas las fuerzas en un sistema. Van a haber fuerzas conservativas y no conservativas, entonces separamos la sumatoria en dos sumas:

$$W_T = \sum W_i = \sum W_c + \sum W_n$$

Donde W_c son los trabajos realizados por las fuerzas conservativas, y W_n los que realiza cada fuerza no conservativa. Recordamos dos cosas: $W_T = \Delta K$, y además, para una fuerza conservativa le podemos asociar una energía potencial, y tenemos que $\Delta U_F = -W_F$. Reemplazando estos cambios de energía en la sumatoria izquierda, y ΔK en W_T , tenemos:

$$\Delta K = \sum -\Delta U_F + \sum W_n = -\Delta U_T + \sum W_n$$

Donde hemos definido ΔU_T como la suma de todos los cambios de energía potencial. Entonces,

$$\begin{aligned} K_f - K_i &= U_i - U_f + \sum W_n \\ \implies K_f + U_f &= K_i + U_i + \sum W_n \end{aligned}$$

Donde la letra U ahora indica energía potencial total (la suma de todas las energías potenciales). Ahora definimos la energía mecánica total E :

$$E = K + U \quad (8)$$

Reemplazando esto en la ecuación anterior, tenemos:

$$E_f = E_i + \sum W_n \quad (9)$$

Esta es la conservación de energía mecánica en ausencia de fuerzas no conservativas. Típicamente cuando hay fuerzas no conservativas (como el roce), tendremos que el trabajo no conservativo es negativo, por lo que se perderá energía mecánica.

2 Momentum

Definición del momentum $\vec{p}$ de una partícula de masa m y velocidad $\vec{v}$:

$$\vec{p} = m\vec{v} \quad (10)$$

Momentum es un vector! El momentum total $\vec{P}$ de un sistema se obtiene haciendo una suma sobre los momentum de cada partícula. Ley de conservación de momentum: cuando hay ausencia de fuerzas externas en un sistema, el momentum total se conserva:

$$\vec{P}_i = \vec{P}_f \quad (11)$$

Dado que es un vector, en 2D esto en realidad son dos ecuaciones, una para cada eje.

El momentum es un concepto útil para estudiar choques, ya que aún si hay fuerzas externas, durante el choque se conserva el momentum ya que ocurre instantáneamente el choque, entonces las fuerzas no tienen tiempo para cambiar el momentum. Hay dos choques que deben conocer bien: choques *elásticos*, e *inelásticos*. En los choques elásticos se conserva la energía cinética además del momentum. En los choques perfectamente inelásticos no tenemos conservación de energía cinética, pero sabemos que las partículas se quedan pegadas después del choque.

Otro concepto importante: impulso $\vec{I}$ sobre una partícula con momentum inicial $\vec{p}_i$, y momentum final $\vec{p}_f$ (y cambio $\Delta\vec{p}$):

$$\vec{I} = \Delta\vec{p} \quad (12)$$

La segunda ley de Newton dice:

$$\sum \vec{F} = \frac{\Delta\vec{p}}{\Delta t} \implies \vec{I} = \Delta t \sum \vec{F} \quad (13)$$