FI1001-1
Introducción a la Física Newtoniana
Otoño 2017
16 de Junio del 2017

Profesor: Luis Foa Torres
Auxiliares: Danilo Passi
Héctor Ramos
Nicolás Valdés

Pauta Auxiliar Extra Control 3

Problema 1

a) Para el trabajo hecho por el peso, solo es necesario conocer el desplazamiento entre los puntos A y B. En este caso, conocido el ángulo θ, se tiene que el desplazamiento vertical durante el movimiento es: $R\cos(\theta)$. Luego, como el desplazamiento apunta hacia abajo, y la fuerza peso también, el ángulo entre ellos es cero. Por lo tanto el trabajo realizado por el peso será:

$$W_{peso} = mgR\cos(\theta)$$

Para el caso de la fuerza Normal se debe hacer la consideración de que la Normal siempre apunta hacia el centro de la semi-circunferencia sobre la que se mueve la bolita. Luego, el desplazamiento, en cada instante apunta tangencial a la circunferencia, por lo tanto, el ángulo que forman la Normal con el desplazamiento siempre es $\pi/2$ y por tanto su trabajo es:

$$W_{Normal} = 0$$

b) Bajo los mismos supuestos de la parte anterior, se tendrán los siguientes trabajos, esta vez para el trayecto AC:

$$W_{peso} = mgR$$
$$W_{Normal} = 0$$

c) Considerando a la bolita como un sistema aislado, el peso y el agente externo son los que realizan trabajo. Luego, el hecho de que el agente externo realiza una fuerza tal que la bolita no acelera en la subida, significa que sube con velocidad constante y por tanto, la diferencia de energía cinética es cero. Luego se tiene que:

$$\Delta E_c = W_{total}$$
$$0 = W_{peso} + W_{agente\ externo}$$
$$0 = -mgR + W_{agente\ externo}$$
$$mgR = W_{agente\ externo}$$

Problema 2

Se tiene que $\Delta E_{mecanica} = W_{total}$. En este caso, si ubicamos el cero del potencial gravitatorio a la altura de la masa, las únicas energías son la cinética y la del resorte, mientras que el único agente externo que realiza trabajo es la fuerza de roce. Para analizar este problema, haremos uso de la expresión escrita al principio en los puntos en que la elongación y la compresión del resorte son máximos, y por lo tanto, la velocidad de la masa es cero. Así se tiene la siguiente ecuación:

Primer movimiento a la derecha:

$$\frac{k\delta_1^2}{2} - \frac{k\delta_0^2}{2} = -mg\mu(\delta_1 + \delta_0)$$
$$\frac{k(\delta_1 + \delta_0)(\delta_1 - \delta_0)}{2} = -mg\mu(\delta_1 + \delta_0)$$
$$\frac{k(\delta_1 - \delta_0)}{2} = -mg\mu$$
$$\delta_1 - \delta_0 = \frac{-2mg\mu}{k}$$

Primer movimiento a la izquierda:

$$\frac{k\delta_2^2}{2} - \frac{k\delta_1^2}{2} = -mg\mu(\delta_2 + \delta_1)$$
$$\frac{k(\delta_2 + \delta_1)(\delta_2 - \delta_1)}{2} = -mg\mu(\delta_2 + \delta_1)$$
$$\frac{k(\delta_2 - \delta_1)}{2} = -mg\mu$$
$$\delta_2 - \delta_1 = \frac{-2mg\mu}{k}$$

Entonces, generalizando:

$$\delta_{i+1} - \delta_i = \frac{-2mg\mu}{k}$$

Problema 3

a) Primer choque: Se conserva el momentum y tenemos la siguiente ecuación para despejar la velocidad de las masas juntas V_B:

$$mv_o = (m + \lambda m)V_B$$
$$\frac{v_o}{1+\lambda} = V_B$$

Segundo choque: Se conserva tanto el momentum como la energía. Entonces, de la conservación del momentum despejaremos la velocidad del cuerpo C y se meterá en la ecuación de energía:

$$m(1+\lambda)V_B = m(1+\lambda)V_B^{'} + mV_C$$
$$(1+\lambda)(V_B - V_B^{'}) = V_C$$

$$\frac{m(1+\lambda)V_B^2}{2} = \frac{m(1+\lambda)(V_B^{'})^2}{2} + \frac{mV_C^2}{2}$$
$$(1+\lambda)(V_B^2 - (V_B^{'})^2) = (1+\lambda)^2(V_B - V_B^{'})^2$$
$$(V_B + V_B^{'})(V_B - V_B^{'}) = (1+\lambda)(V_B - V_B^{'})^2$$
$$(V_B + V_B^{'}) = (1+\lambda)(V_B - V_B^{'})$$
$$V_B^{'}(2+\lambda) = V_B\lambda$$
$$V_B^{'} = \frac{v_o\lambda}{(2+\lambda)(1+\lambda)}$$

Con esto, se tiene que V_C es:

$$V_C = (1+\lambda)(V_B - V_B^{'})$$

$$V_C = \frac{2v_o}{2+\lambda}$$

b) Si $\lambda \rightarrow 0$, se tiene el caso en que la masa de all medio no existe, por lo tanto, solo se tiene un choque elástico en una dimensión de dos masas iguales, por lo que se tiene: $V_C = v_o$

Si $\lambda \rightarrow \infty$, se tiene el caso de un muro totalmente absorbente que no deja pasar al primer bloque.

Problema 4

Sacaremos primero las velocidades vistas desde el sistema con su origen en el centro de masa de los dos bloques. Para esto, primero debemos calcular la velocidad del centro de masa:

$$V_{CM} = \frac{1}{M}\Sigma m_i V_i$$
$$V_{CM} = \frac{4\times 6 + 2\times 3}{4+2}$$
$$V_{CM} = 5\ m/s$$

Luego, SIEMPRE, la relación entre las velocidades medidas desde un sistema de referencia fijo o en reposo y un sistema de referencia ubicado en el centro de masa es la siguiente:

$$V_{sistema\ de\ referencia\ fijo} = V_{medida\ desde\ el\ CM} + V_{CM}$$

Con esto, calculamos las velocidades de cada bloque medidas desde el centro de masa y así podremos utilizar las ecuaciones de momentum y energía con estas velocidades:

$$V_{1sr} = V_{1CM} + V_{CM}$$
$$6 = V_{1CM} + 5$$
$$V_{1CM} = 1\ m/s$$
$$V_{2sr} = V_{2CM} + V_{CM}$$
$$3 = V_{2CM} + 5$$
$$V_{2CM} = -2\ m/s$$

Luego, hay que recordar que si nos ubicamos en el sistema de referencia con origen en el centro de masa, la velocidad del centro de masa es cero, por lo tanto, su momentum $P_{CM} = M_{total} \times V_{CM} = M_{total} \times 0 = 0$. De hecho, esto concuerda con las velocidades de los bloques medidas desde el centro de masa: $P_{CMi} = 4\times 1 + 2\times(-2) = 0$. Esto, también es cierto con el momentum final, donde tenemos nuestras incógnitas V_{1CMf} y V_{2CMf}. Entonces, aplicamos la ecuación del momentum:

$$P_{CM} = 0 = m_1 V_{1CMf} + m_2 V_{2CMf}$$
$$0 = 4V_{1CMf} + 2V_{2CMf}$$
$$V_{2CMf} = -2V_{1CMf}$$

Esta expresión la usaremos en la ecuación de energía:

$$\frac{mV_{1CM}^2}{2} + \frac{mV_{2CM}^2}{2} = \frac{mV_{1CMf}^2}{2}\frac{mV_{2CMf}^2}{2}$$
$$\frac{4\times 1^2}{2} + \frac{2\times 2^2}{2} = \frac{4\times V_{1CMf}^2}{2} + \frac{4\times(-2V_{1CMf})^2}{2}$$

$$2 + 4 = 2V_{1CMf})^2 + 4V_{1CMf}^2$$
$$6 = 6V_{1CMf}^2$$
$$1 = V_{1CMf}^2$$
$$\pm 1 = V_{1CMf}$$

De las dos soluciones nos quedamos con la negativa, ya que la positiva es la misma velocidad que traía el bloque antes del choque, situación que nos dice que nunca hubo choque y por tanto, no nos sirve para el análisis. Luego, con $V_{1CMf} = -1\ m/s$, encontramos V_{2CMf} desde la relación que nos dejó la ecuación para el momentum:

$$V_{2CMf} = -2V_{1CMf} = -2 \times (-1) = 2\ m/s$$

Finalmente, podemos usar la relación: $V_{sistema\ de\ referencia\ fijo} = V_{medida\ desde\ el\ CM} + V_{CM}$ para encontrar las velocidades medidas desde el sistema de referencia fijo:

$$V_{1srf} = V_{1CMf} + V_{CM}$$
$$V_{1srf} = -1 + 5$$
$$V_{1srf} = 4\ m/s$$
$$V_{2srf} = V_{2CMf} + V_{CM}$$
$$V_{2srf} = 2 + 5$$
$$V_{2srf} = 7\ m/s$$

Esta relación se mantiene después del choque, ya que el choque fue una acción interna al sistema que se ha considerado en el problema y, por lo tanto, la velocidad del centro de masa se mantiene.