

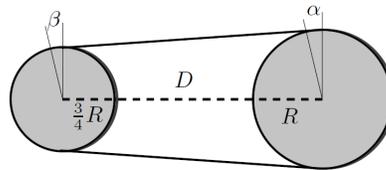


Gran Guía Tortugorda

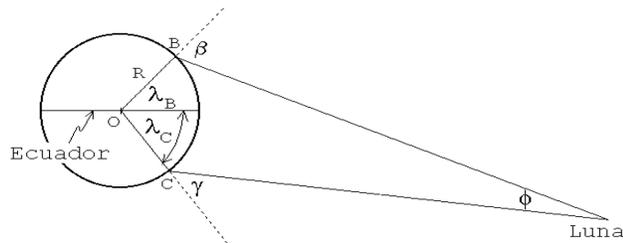
6 al 29 de Enero del 2014

1. Geometría y Trigonometría

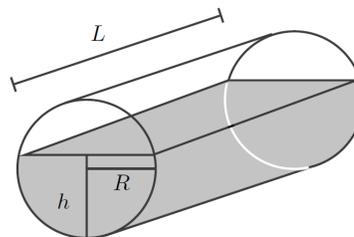
- Encuentre el valor de los ángulos α y β que miden el alejamiento angular del punto de contacto de la correa y la circunferencia con respecto a la vertical.
 - Calcule el largo de la cuerda que rodea a dos cuerdas de radios R y $3R/4$ cuyos ejes están separados por una distancia D .
 - Calcule el área no coloreada entre las circunferencias.



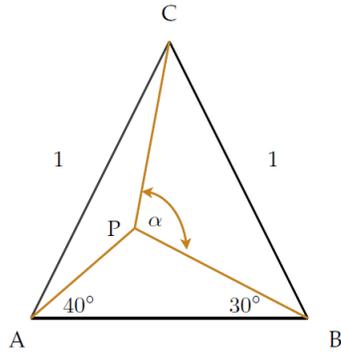
- En el año 1752 los astrónomos Landale y Lacaille determinaron en Berlín (B) y en la ciudad del Cabo (C), a la misma hora, el ángulo entre la normal y la recta entre su posición y un punto predeterminado del borde de la luna. Los ángulos que determinaron fueron $\beta = 32,08^\circ$ en Berlín $\gamma = 55,72^\circ$ en El Cabo. Ambas ciudades se ubican en el mismo meridiano y se encuentran en las latitudes $\lambda_B = 52,52^\circ$ y $\lambda_C = -33,93^\circ$, respectivamente (ver figura). Usando para el radio terrestre el valor de 6370 km, determine la distancia entre la tierra y la luna.



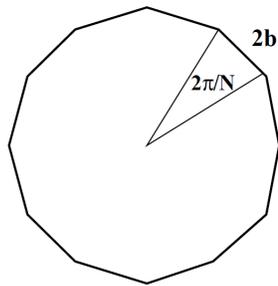
- Un cilindro recostado de radio R y largo L contiene líquido hasta una altura h como indica la figura. Calcule la nueva altura del líquido cuando el cilindro se coloca en posición vertical.



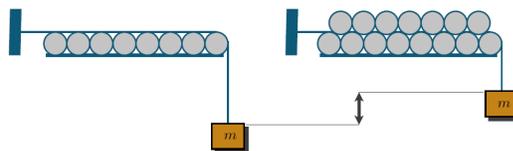
- Encuentre el valor del ángulo α indicado en el triángulo de la figura. El triángulo es isósceles y el valor del ángulo en el vértice C es de 80° . A partir del vértice A se traza una recta que hace un ángulo de 40° con la base del triángulo. Lo mismo se hace a partir de B , pero en este caso el ángulo que se forma es de 30° . En la intersección de estas dos rectas, el punto P , se traza una recta hasta el vértice C . Suponga que los lados AC y BC tienen un largo unitario.



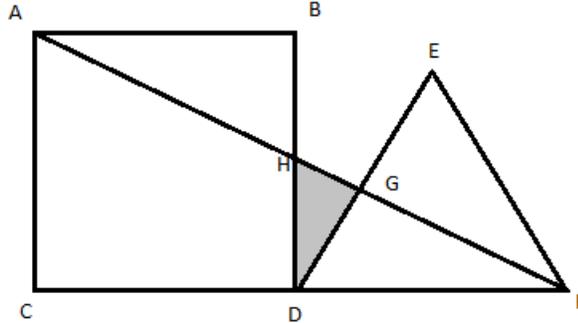
5. Considere un mundo en donde las tortugas son entes con inteligencia desarrollada. En este mundo N tortugas cuyas patas extendidas tienen una longitud b juegan a la ronda, formando la figura mostrada. Determine el ángulo entre el brazo derecho e izquierdo de cada una y el radio de la circunferencia que cada una de ellas describe mientras juega. Estime el número de tortugas que pueden jugar a la ronda en una cancha de baloncesto.



6. Sea un triángulo ABC , donde $\overline{AB} = R$. Desde el vértice A se construye un arco de circunferencia de radio R que inicia en B y cuya intersección con \overline{AC} llamaremos E . Y sea el punto H la intersección entre \overline{AC} y la altura trazada desde B . El arco $\widehat{BE} = D$, mientras que $\overline{CE} = b$, $\overline{EH} = b/2$ y $\angle BAC = \alpha$
- Calcule el valor de α en función de R y D .
 - Determine el valor de b en términos de α , R y D .
 - Dé una expresión para el área entre CEB en términos de α , R y D .
7. Se tiene un conjunto de n cilindros de radio R alineados sobre una superficie plana y tocándose con sus vecinos. Los cilindros no pueden moverse. Utilizaremos una cuerda inextensible de largo L para colgar una masa m de uno de sus extremos, mientras el otro está conectado a una superficie vertical en un punto de altura $2R$ con respecto a la superficie horizontal, tal como lo indica la figura. Ahora suponga que usted instala $(n - 1)$ cilindros idénticos sobre la base formada por los n cilindros, tal como se muestra en la figura. ¿Cuánto sube el extremo de la cuerda que tiene la masa m con respecto a la situación inicial?



8. Sea un cuadrado $ABDC$ de lado L y sea un triángulo equilátero DEF de lado L . \overline{AF} une las figuras como se muestra. Determine el área del triángulo GHD .

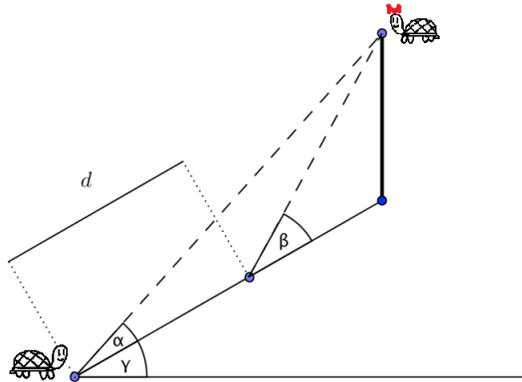


9. Demuestre las siguientes identidades trigonométricas.

a)
$$\frac{\sin(\alpha + \beta)}{\cos(\alpha)\cos(\beta)} = \tan(\alpha) + \tan(\beta)$$

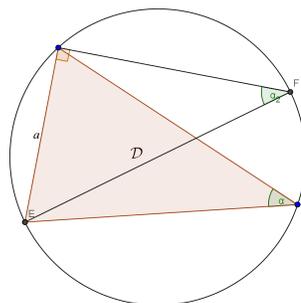
b)
$$\frac{\sin^3(\alpha) + \cos^3(\alpha)}{\sin(\alpha) + \cos(\alpha)} + \sin(\alpha)\cos(\alpha) = 1$$

10. Una tortuga se encuentra al pie de un cerro cuya inclinación es γ . Desde cierta posición avista, con un ángulo de elevación α respecto al piso, a su compañera tortuga que se encuentra en la punta de un poste vertical ubicado en la cima del cerro. Luego, la tortuga avanza una distancia d en dirección al poste. En este lugar avista a su compañera con un ángulo de elevación β . Encuentre la altura h del poste en el que se encuentra la compañera tortuga.

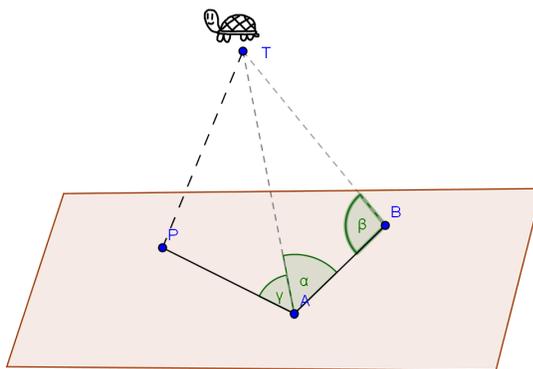


11. Demuestre el teorema del seno.

Para ello considere un triángulo cualquiera y trace una circunferencia que pase por sus tres vértices. Posterior a ello trace un diámetro de modo que se forme un triángulo rectángulo. Use el nuevo triángulo para determinar una relación entre el seno de un ángulo, su lado opuesto y el diámetro. Repita el procedimiento trazando el diámetro desde otro lado y concluya.

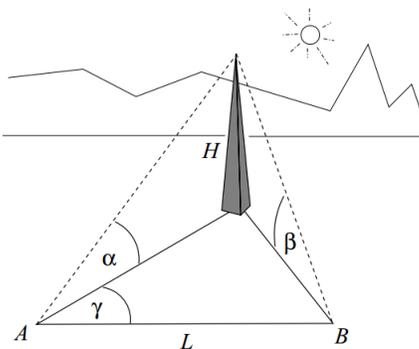


12. Dos personas se paran en dos puntos A y B de un mismo plano horizontal separados entre sí por una distancia " D ". El objetivo que tienen en mente es determinar la altura respecto al piso de una tortuga ubicada en " T ". Sea " P " el punto que representa la proyección de nuestra tortuga sobre este plano (ver figura)



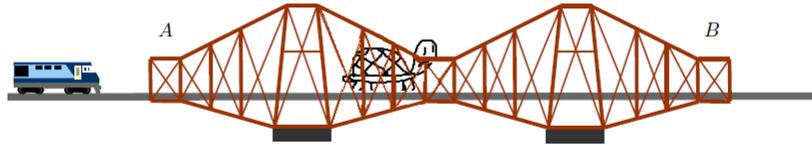
A y B miden los ángulos $\angle TAB = \alpha$, $\angle TBA = \beta$ y $\angle TAP = \gamma$

- Determine el valor de la altura TP respecto al piso a la que se encuentra la tortuga medida respecto al piso.
 - Si los dos observadores se encuentran separados por una distancia $D = 400m$, y los ángulos son $\alpha = 45$, $\beta = 30$ y $\gamma = 60$, calcule el valor exacto de la altura del objeto medida respecto al piso.
13. La altura H de la torre de la figura es desconocida. Se conocen los ángulos de elevación α y β medidos desde dos puntos A y B del suelo, separados por una distancia $L > 0$ y formando con la base de la torre un ángulo γ . Sabiendo que la torre es vertical respecto del suelo, calcule H en términos de L , α , β , γ en los casos $\alpha > \beta$, $\alpha = \beta$ y $\alpha < \beta$. (Nota: $0 < \alpha < \pi/2$, $0 < \beta < \pi/2$, $-\pi < \gamma < \pi$).

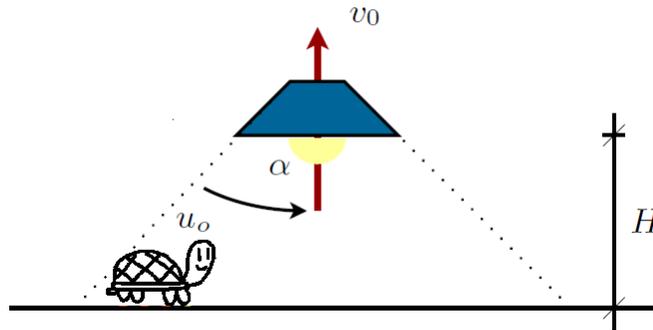


2. Cinemática en una dimensión

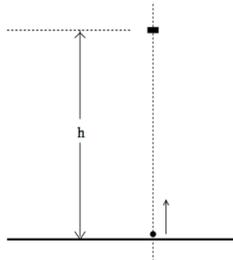
14. Una tortuga cruza un puente de la vía férrea cuyos extremos llamaremos A y B . Repentinamente, cuando se encuentra en camino hacia B y ha recorrido $3/8$ del tramo AB , se escucha un silbido del tren que se aproxima desde el lado A con una velocidad de 80km/hr .
- Si la tortuga corre hacia la salida A , el tren lo alcanzará en A . Si corre hacia B , el tren lo alcanzará en B . Entonces ¿A qué velocidad anda esta tortuga?
 - Haga un gráfico con la posición del tren y de la tortuga para entender la situación.



15. Una persona, caminando con velocidad u , pasea a su perro. En cierto momento, el amo percibe que a una distancia D más adelante, hay una pelota. El amo suelta entonces a su perro, el que corre hacia la pelota y la recoge, e inmediatamente se devuelve hacia su amo, quien se ha mantenido caminando al mismo ritmo sin llegar a la posición inicial de la pelota. Al momento de recoger la pelota, el perro debe girar, proceso en el que demora un tiempo T . El perro corre con velocidad v (rapidez v) constante.
- Grafique esta situación (x v/s t) para el perro y su amo.
 - Determine la distancia recorrida por el amo desde que suelta al perro hasta que lo recibe de regreso.
16. Una fila de hombres marcha, con rapidez u en línea recta, uno detrás de otro. Esta columna de hombres tiene una longitud D . Un oficial decide revisar las tropas. Como se encuentra al final de la columna, comienza desde ése lugar. Se desplaza con rapidez constante v hasta que finalmente alcanza al que encabeza la columna. En ese momento se devuelve con la misma rapidez v , hasta que de nuevo se topa con el último hombre de la columna. Durante el tiempo que tardó el oficial en ir y volver a su punto de partida, la columna de hombres ha permanecido en movimiento con rapidez constante y se ha desplazado una distancia D . De esta manera el hombre que estaba al final de la columna ocupa ahora el sitio donde estuvo el primer soldado cuando el oficial se dispuso a revisar la tropa.
- Bosqueje un gráfico distancia versus tiempo que le permita plantear el problema. Para esto, grafique tanto la posición del oficial, del primer hombre, y del último hombre. Destaque algunos eventos importantes, como el encuentro entre el oficial y el primer hombre, y el reencuentro del oficial con el último hombre.
 - ¿Qué distancia recorrió el oficial?
 - Para que esto sea posible, u y v deben cumplir una condición; por ejemplo, si el oficial camina muy lento, nunca alcanzará al primer hombre, o en caso contrario, si el pelotón camina muy rápido, el oficial tampoco los alcanzará. Encuentre la razón entre los valores de u y v para que efectivamente el oficial se encuentre con el último soldado en las condiciones señaladas.
17. Una ampolleta con su pantalla se desplaza con una velocidad v_o en la dirección vertical, como se indica en la figura. Una tortuga se desplaza a lo largo de una recta horizontal con una rapidez constante u_o . En el instante $t = 0$, la tortuga se encuentra en un extremo de la zona iluminada y la ampolleta se encuentra a altura H respecto del piso, ¿Cuánto tarda en salir de la zona iluminada? ¿Existe la posibilidad de que quede atrapada en la zona iluminada sin poder salir?



18. Los Buses de Santiago a Valparaíso salen desde ambos destinos cada 15 minutos. Una vez en la carretera los buses se desplazan a rapidez constante de 100 km/hora por largos tramos. Usted viaja en dirección a Valparaíso con una rapidez de 120 km/hora .
- Haga una representación Gráfica de los distintos movimientos involucrados.
 - Calcule el intervalo del tiempo que transcurre entre dos encuentros consecutivos con buses que viajan en la misma dirección y sentido.
 - Calcule el tiempo entre encuentros consecutivos con buses que viajan a Santiago.
19. Desde una altura h con respecto al suelo se deja caer, por efecto de la gravedad terrestre un bloque B . Simultáneamente es eyectada verticalmente una piedrecilla.
- Si la velocidad de lanzamiento de la piedrecilla es tal que la altura máxima que ella puede alcanzar es h . Determine la velocidad de lanzamiento.
 - Si la piedrecilla y el bloque se mueven a lo largo de una vertical común, determine el instante en que ellas se encuentran.
 - Determine la posición de encuentro del bloque y la piedrecilla.

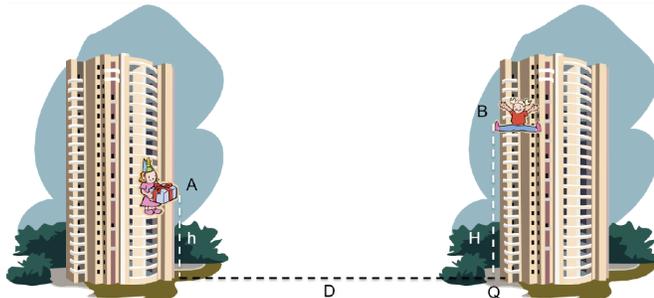


20. Desde una altura H con respecto al primer piso comienza a caer un macetero. En ese mismo instante, y desde el primer piso, un ascensor de altura h ($h < H$) comienza a subir con aceleración constante αg . Determine el lapso de tránsito del macetero entre el techo y el piso del ascensor. Suponga que el macetero pasa por el lado del ascensor.
21. Un estudiante decidido a comprobar por sí mismo las leyes de la gravedad se arroja, cronómetro en mano, desde un rascacielos de $300[m]$ de altura e inicia su caída libre. Cinco segundos más tarde aparece en escena el superhéroe de la ciudad, Tortugaman, que se lanza desde el mismo tejado para intentar salvar al estudiante.
- ¿Cuál debe ser la velocidad inicial del superhéroe para que alcance a salvar al estudiante justo antes de que llegue al suelo?
 - ¿Cuál debe ser la altura del rascacielos para que ni siquiera el superhéroe pueda salvarle? Suponga que la aceleración de caída del superhéroe es la de un cuerpo que cae libremente.

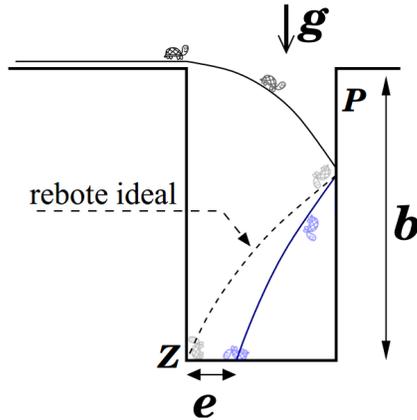
22. Dos tortugas, estudiantes de física, que estudian en el verano, están en un balcón a una altura H del suelo. Uno de ellos arroja una pelota en dirección vertical hacia abajo con velocidad v_0 . Simultáneamente, el otra tortuga estudiante lanza una pelota verticalmente hacia arriba con la misma velocidad v_0 .
- ¿Cuál es la diferencia de tiempo que las pelotas pasan en el aire?
 - ¿A qué altura respecto del suelo se encuentra la segunda pelota en el instante en que la otra llega al suelo?
 - ¿Cuál es la velocidad de cada pelota cuando alcanza el suelo? ¿Por qué al comparar las velocidades da este resultado tan particular? Investigue y fundamente.

3. Cinemática en dos dimensiones

23. Desde su departamento en A, Penélope quiere lanzarle una tortuga de peluche como regalo de cumpleaños a Alfonsina, cuyo departamento está en B. Existe una diferencia de altura $H - h$ y una distancia horizontal D entre ambos puntos.
- ¿Cuál debe ser la componente vertical mínima de la velocidad con que Penélope debe lanzar el peluche para que llegue a B?
 - ¿Cuál debe ser la componente horizontal mínima de la velocidad inicial en A para que el peluche alcance el punto B?
 - Dibuje en forma aproximada la trayectoria resultante
 - Para las condiciones de (a) y (b), calcule la rapidez inicial de la tortuga de peluche
 - Con el módulo de la velocidad calculado en la parte anterior, determine el ángulo con el cual se debe enviar el peluche para que alcance la puerta Q del edificio de Alfonsina.

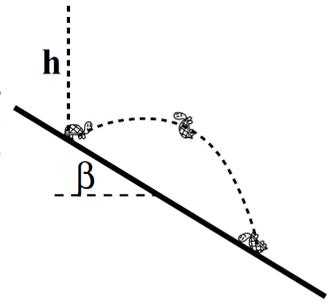


24. La figura se muestra una tortuga resbalando por una superficie horizontal, la cual tiene una zanja de paredes lisas de ancho a y profundidad b . La rapidez de la tortuga es tal que al rebotar elásticamente con la pared frontal P caería justo en la esquina Z indicada. Sin embargo, el rebote en P es inelástico, caracterizado por un 'coeficiente de restitución' r explicado más abajo. ($r \leq 1$)
- Determine la posición y velocidad de la tortuga al alcanzar la pared P
 - Determine la distancia e con respecto a la esquina Z donde cae la tortuga efectivamente
 - Examine e interprete su resultado para el caso extremo $r \sim 1$.

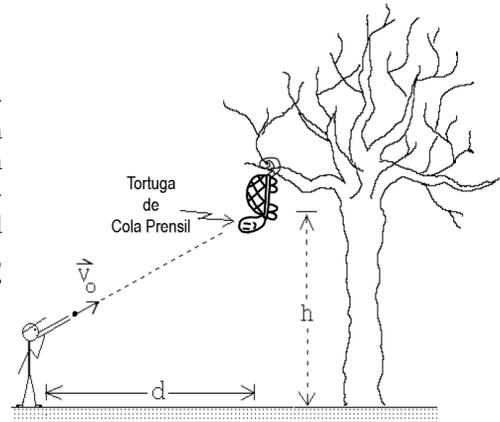


Sobre los rebotes: tanto los rebotes elásticos como inelásticos conservan la componente tangencial de la velocidad (v_{\parallel}). La diferencia entre ambos casos ocurre en relación a la componente perpendicular (v_{\perp}) de velocidades antes (v_{in}) y después (v_{out}) del rebote. En un rebote inelástico la componente perpendicular de la velocidad emergente es r veces la de la incidente.

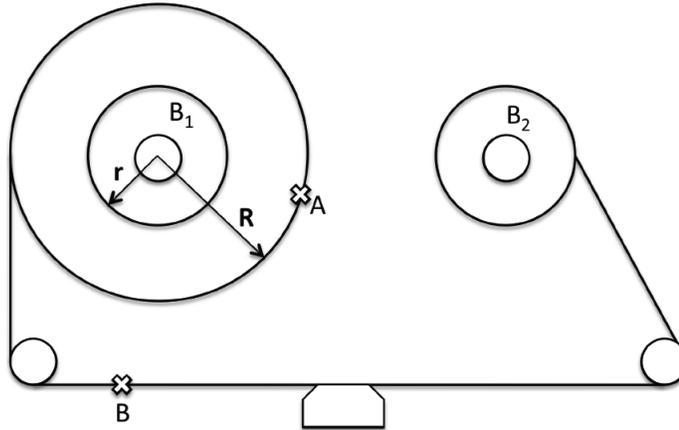
25. Una tortuga es soltada y rebota elásticamente en una superficie inclinada en un ángulo β con respecto a la horizontal. El tramo de caída vertical es h . Determine la distancia entre los puntos del primer y segundo impacto sobre la superficie y el tiempo en el aire de la tortuga después del primer rebote.



26. Una extraña especie de tortuga con cola prensil fue avistada en el parque O'higgins, colgando a una altura h de un árbol. Un cazador que pasaba por ahí, decide llevarla a un laboratorio sedada. Para esto, le apunta con una cerbatana directamente a la tortuga desde una distancia d . En el mismo instante en que el cazador sopla el dardo sedante, la tortuga se suelta del árbol. ¿Será atrapada la tortuga? (Desprecie el efecto de fricción del dardo con el aire)



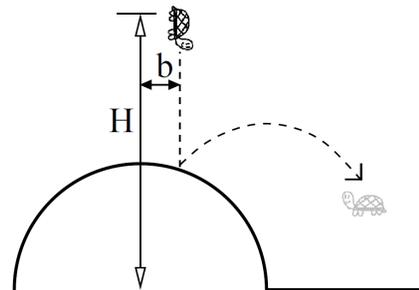
27. En este problema nos proponemos estudiar el funcionamiento básico de la mecánica detrás de una cinta de audio o cassette:



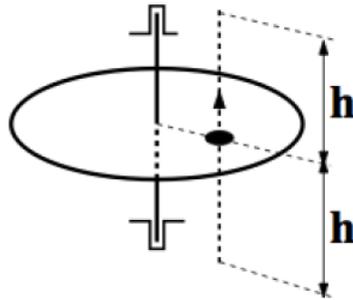
Los cassettes están compuestos por un rollo de cinta, un dispositivo que permite el enrollamiento de la cinta de un lado a otro y dos bobinas (o carretes). Para efectos de este problema, supondremos que la cinta se enrolla con rapidez constante v e inicialmente ($t = 0$), toda la cinta se encuentra en la bobina marcada como B_1

- ¿Cuáles son, en el instante $t = 0$, las velocidades angulares de las bobinas B_1 y B_2 ? ¿Son constantes durante el enrollamiento? Justifique.
 - ¿Cuáles son las velocidades angulares de ambas bobinas cuando toda la cinta se encuentra en B_2 (es decir, justo antes de terminar el proceso)?
 - Si con el cassette se puede grabar (o reproducir) un tiempo T por lado, ¿cuál es el largo total de la cinta?
 - Determine el número de vueltas que dan las bobinas durante todo el tiempo T de reproducción (o grabado). Para ello, puede asumir que la superficie lateral de la cinta es la misma si ella está enrollada o está tensa.
 - Durante el rebobinado asumiremos que la velocidad angular de la bobina B_1 es constante. ¿Cuál sería su valor si esta operación toma un tiempo τ en completarse?
 - ¿Cuáles son las velocidades angulares extremas de la bobina B_2 (en el inicio y en el fin del rebobinado)?
28. Considere un reloj en el cual el minutero y el horario se encuentran en la misma posición. Encuentre el tiempo que pasa antes de que se vuelvan a encontrar.

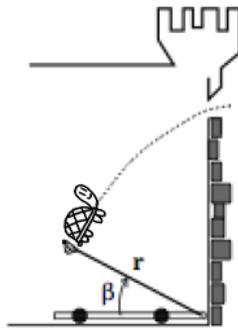
29. Una super tortuga de goma cae sobre una cúpula semiesférica dura de radio R . La tortuga se suelta a una altura H desde el suelo y a una distancia b de la vertical que pasa por el centro de la cúpula. La tortuga choca elásticamente con la cúpula. Calcule la altura máxima con respecto al suelo alcanzada por esta super tortuga después del rebote.



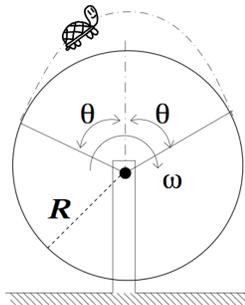
30. Un disco delgado dispuesto horizontalmente gira en torno a su eje vertical con velocidad angular constante. El disco tiene una perforación a cierta distancia de su centro. Un proyectil es disparado verticalmente hacia arriba desde un punto situado a una distancia h por debajo del plano del disco y se observa que pasa limpiamente por el agujero, alcanzando una altura h por encima del disco, y volviendo a pasar limpiamente por el mismo agujero luego de una vuelta. Calcule el ángulo girado por el disco desde el disparo a la primera pasada del proyectil por la perforación.



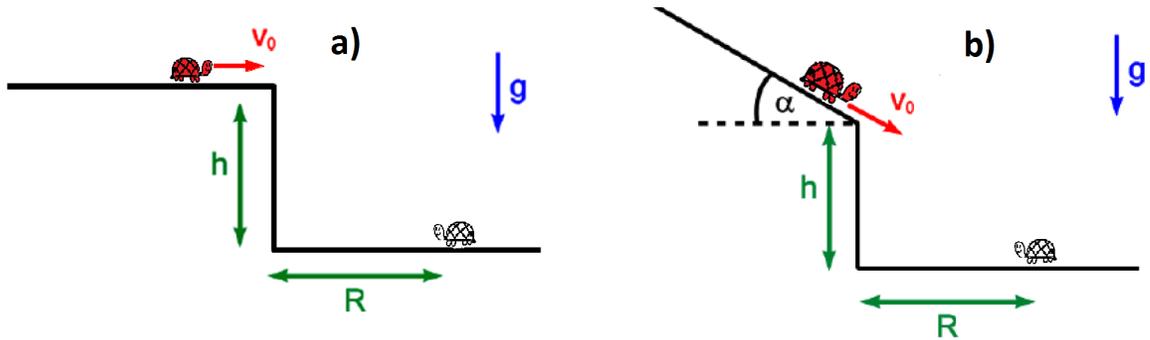
31. Una catapulta es diseñada para lanzar tortugas zángano desde el interior del castillo del Señor Tortuga. Las tortugas han de pasar por una ventana de la Reina Tortuga ubicada a una altura H con respecto al eje de la catapulta. La catapulta eyecta las tortugas con rapidez u luego que el brazo se ha desplazado en β desde la horizontal. Determine la longitud r del brazo de la catapulta para que ésta funcione según el diseño.



32. Un disco de radio R gira con velocidad angular ω . Una tortuga viaja abrazada al borde de este disco.
- Para qué valor del ángulo θ debe soltarse esta tortuga para caer justo en el punto simétrico (con respecto a la vertical del disco. Ojo: No necesita encontrar el valor del ángulo, basta con una expresión para el valor del coseno o el seno de dicho ángulo.
 - Considerando la expresión encontrada en la parte anterior. ¿Qué valor mínimo puede tomar la velocidad angular ω para que existe una solución?

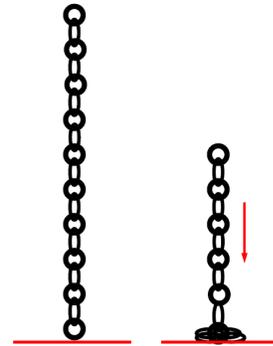


33. Una tortuga redonda rueda sobre una mesa horizontal y pulida, a una altura h medida respecto al piso. Al llegar al borde, el cuerpo experimenta una caída libre e impacta el piso a una distancia R medida respecto al borde de la mesa.



- a) Determina la velocidad v_0 a la cual la tortuga dejó la mesa.
- b) Considere esta vez que la tortuga rueda sobre un plano inclinado pulido, formando un ángulo α respecto a la horizontal. Determine la velocidad v_0 a la cual la tortuguita dejó el plano inclinado y verifique que su respuesta a la parte anterior es un caso particular de esta nueva situación.

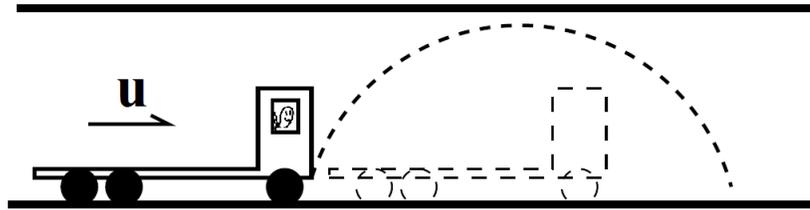
34. Una cadena uniforme de masa M y longitud L es sostenida verticalmente desde su extremo S . Con el eslabón inferior casi en contacto con el piso la cadena es soltada, cayendo por efecto de la gravedad g . Determine y grafique la masa de cadena en el piso como función del tiempo.



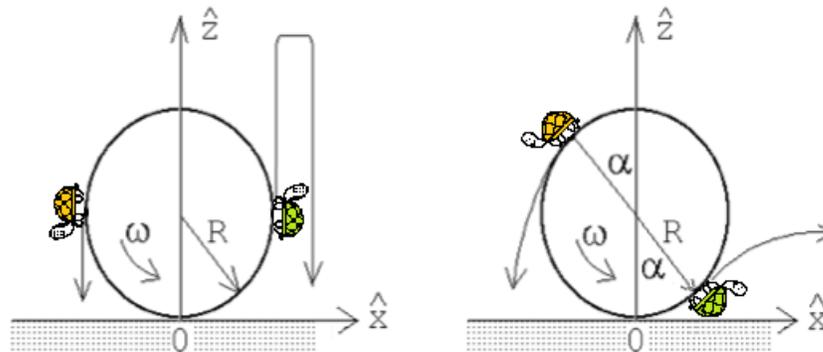
35. Un carro de bomberos circula con rapidez u en una rotonda de radio R . A los bomberos se les ocurre lanzar un chorro de agua de forma tal que puedan recibirlo en el lado diametralmente opuesto de donde este abandonó la manguera. Determine la rapidez con que debe salir el chorro de la manguera y la orientación de ésta con respecto a la dirección del carro y la vertical.



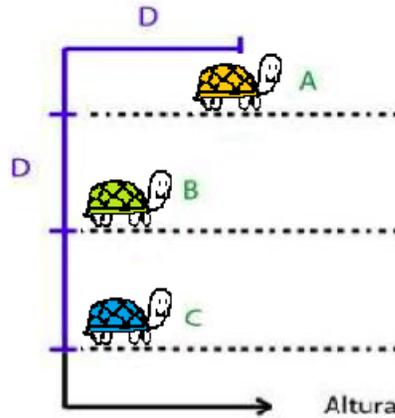
36. Un camión transita con rapidez constante u por un túnel de altura H . Desde la parte baja del parabarroques sale un proyectil con rapidez suficiente como para alcanzar una altura de $2H$. Determine el ángulo máximo de lanzamiento del proyectil con respecto a la horizontal de modo que éste no tope el techo del túnel. Calcule la distancia entre el camión y el proyectil cuando éste impacta el suelo.



37. Una rueda gira en torno a un eje horizontal a 30 rpm (1 rpm = una revolución por minuto), de manera que su parte inferior queda a nivel del suelo, pero sin rozarlo. (O sea, la rueda gira sin rodar) Sobre el borde de la rueda se han adosado dos tortugas muy juguetonas, en posiciones diametralmente opuestas.
- a) Suponga que cuando el diámetro que une a las tortugas pasa por la posición horizontal, éstas se desprenden del borde, en forma simultánea, y una de ellas llega al suelo antes que la otra. Se observa que durante el intervalo de tiempo entre la llegada al suelo de una y otra tortuga, la rueda da una vuelta completa. Determine el radio de la rueda.
- b) ¿Qué ángulo debe formar la línea que une ambas tortugas con la vertical para que, si ellas se desprenden en esa posición, lleguen al suelo al mismo tiempo?

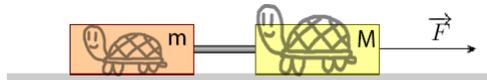


38. Tres tortugas (A, B, C) se pueden desplazar por rieles paralelos que distan en D . La tortuga A se moverá con velocidad constante v_a , la tortuga B se moverá con velocidad constante v_b y la tortuga C partiendo desde el reposo, se moverá con aceleración constante a_0 . Estando B y C en reposo, A entra en movimiento con velocidad v_a . Cuando éste se ha desplazado una distancia D , las tortugas B y C entran en movimiento como se describe al comienzo. Suponiendo que $v_b \ll v_a$, determine la distancia entre A y C cuando A y B se encuentran a la misma altura.

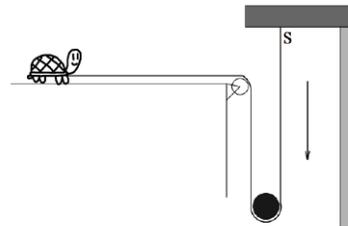


4. Dinámica

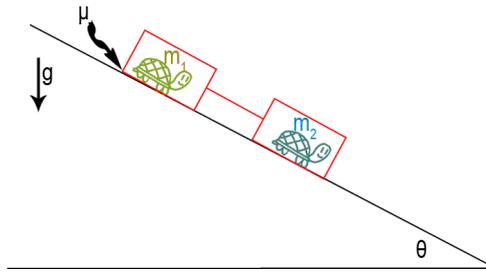
39. Un bloque que contiene una tortuga de masa M es tirado por una fuerza \vec{F} . Este bloque está unido, por medio de una barra ideal (masa despreciable) a otro que contiene una segunda tortuga de masa m . Si el conjunto se mueve sobre un plano sin roce, determine:
- La aceleración del sistema debido a la fuerza \vec{F} .
 - Las fuerzas que actúan sobre los bloques de las tortugas y la tensión de la barra.
 - Suponga ahora que la fuerza se aplica al carro que lleva a la tortuga de masa m , ¿cuál es la tensión de la barra en ese caso?



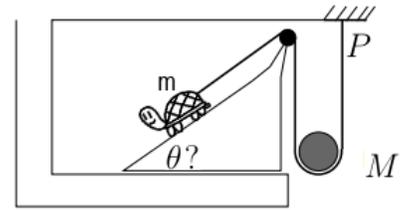
40. Una tortuga de masa M dentro de un bloque posa sobre un plano horizontal pulido. El bloque es tirado horizontalmente por una cuerda de masa nula e inextensible. El tiro de la cuerda es resultado de una polea de masa desconocida que cuelga como se indica en la figura mientras el extremo S de la cuerda se mantiene fijo a un soporte. El contacto entre la polea y la cuerda es sin fricción. Determine la aceleración de la tortuga y la masa de la polea si la tensión de la cuerda es λMg , con λ una constante conocida



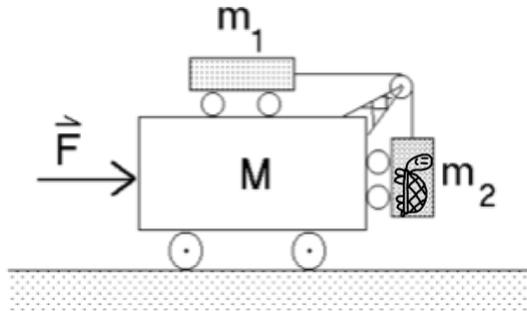
41. En el sistema de la figura se muestran dos cajas que posan sobre una superficie horizontal y que están unidas entre sí por una cuerda ideal. Ambas contienen una tortuga de masa M . Una de las cajas es tirada por un cordel el cual forma un ángulo θ con la horizontal. Si las cajas experimentan una aceleración \vec{a} . Determine la tensión de la cuerda que une los cuerpos y las fuerzas normales del piso sobre cada caja con tortuga.



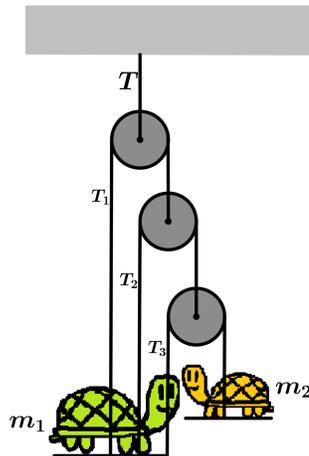
42. En la figura se muestra una tortuga de masa m posando sobre un andamio colgante de masa M . La tortuga tira de una cuerda que sostiene exteriormente al andamio mediante una polea sin roce fija al techo. La balanza sobre la cual posa la tortuga registra una carga igual a la cuarta parte de su peso. Calcule la tensión de la cuerda y la aceleración del andamio.



43. ¿Qué fuerza \vec{F} debe aplicarse al carro de masa M para que el carro que contiene a la tortuga de masa m_2 no suba ni baje?

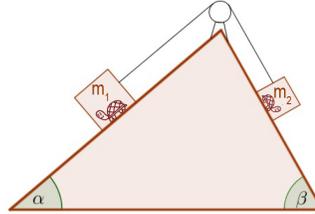


44. En el sistema de poleas ideales (sin masa) de la figura se pide determinar la tensión de la cuerda que sostiene el conjunto y que denominaremos T . Las plataformas 1 y 2 sostienen tortugas de masa m_1 y m_2 respectivamente, y están dispuestas de tal manera que el sistema se encuentra en equilibrio. Además, determine el valor de la tensión en cada una de las cuerdas.

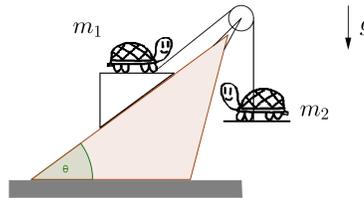


45. Dos tortugas de masa m_1 y m_2 se encuentran sentadas sobre cajitas unidas por una cuerda inextensible de masa despreciable, sobre una cuña que forma con la horizontal ángulos de α y β tal como muestra la

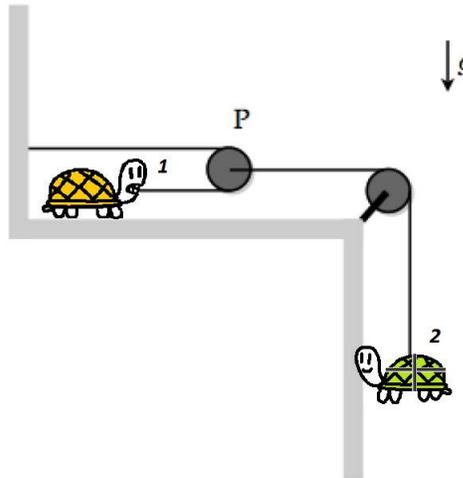
figura. Calcular la tensión de la cuerda y determinar en que casos el sistema se movera hacia la derecha y en que casos lo hará hacia la izquierda.



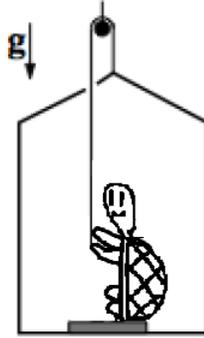
46. Dos tortugas de masa m_1 y m_2 están sobre bloques unidos por una cuerda ideal (inextensible y de masa despreciable). El bloque de la tortuga de masa m_1 desliza sobre un plano inclinado sin roce que forma con la horizontal un ángulo θ , mientras el bloque de la tortuga de masa m_2 cuelga verticalmente del otro extremo de una cuerda que pasa por una polea. Calcule la tensión de la cuerda y la aceleración de los bloques.



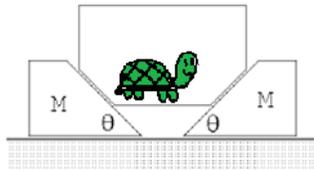
47. En la siguiente figura:



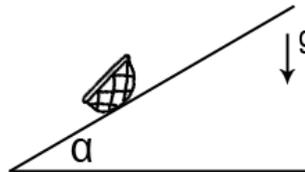
- a) Dibuje los diagramas de cuerpo libre de cada tortuga y de la polea P .
- b) ¿Cuál es la relación entre las aceleraciones de las tortugas 1 y 2? Encuentre la aceleración de la tortuga 1.
48. En la figura se muestra una tortuga de brazos muy fuertes de masa m posando sobre un andamio colgante de masa M . La tortuga tira de una cuerda que sostiene exteriormente al andamio mediante una polea sin roce fija al techo. La balanza sobre la cual posa la tortuga registra una carga igual a la cuarta parte de su peso. Calcule la tensión de la cuerda y la aceleración del andamio.



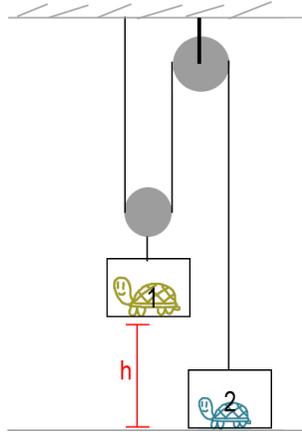
49. Sea μ el coeficiente de roce cinemático que actúa entre las superficies del bloque que contiene a una tortuga de masa m y las cuñas (ver figura). Entre las cuñas y el suelo el roce es nulo. Suponga que el valor del roce μ es tal que el sistema no se encuentra en equilibrio (es decir, las cuñas se separan y el bloque baja). Sea θ el ángulo, M la masa de las cuñas y m la masa del bloque con la tortuga. Determinar la aceleración del bloque de la tortuga.



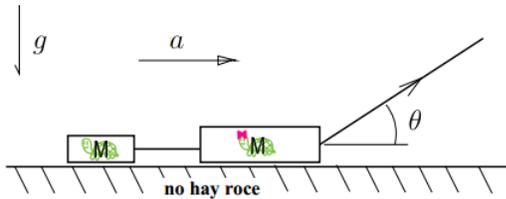
50. Una tortuga con verguena de masa M se sube por un plano inclinado cuyo ángulo de elevación es α . Los coeficientes de roce estático y cinético entre la tortuga M y el plano son μ_e y μ_c respectivamente.
- ¿Cuál es la altura máxima que alcanza la tortuga, si parte con velocidad v_0 desde la base del plano?
 - ¿Qué condiciones debe satisfacerse para que la tortuga vuelva a descender?
 - En caso de cumplirse la condición anterior, ¿con qué velocidad llega a la base del plano inclinado?



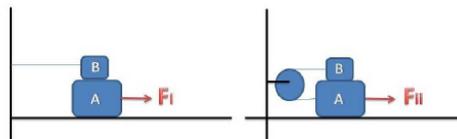
51. Considere el montaje mostrado en la figura. La masa de la tortuga del bloque 1 es n veces mayor que la de la tortuga del bloque 2. Suponga que las masas de las poleas y de los hilos, así como el rozamiento son despreciables por su pequeñez. Cuando la tortuga del bloque 2 se suelta, la otra tortuga se encuentra a una altura h . ¿Cual es la aceleración de la tortuga del bloque 2 mientras m_1 baja? ¿Cual es la altura máxima del suelo H a la que subirá la tortuga del bloque 2?



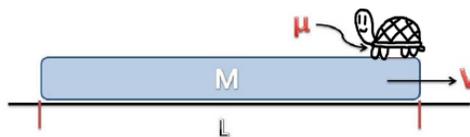
52. Dos bloques con tortugas de masa m_1 y m_2 están unidos por una barra de masa despreciable, paralela a un plano inclinado. Ambos bloques deslizan hacia abajo con la tortuga del bloque 1 arrastrado por la del bloque 2. Si los coeficientes de fricción cinética entre los bloques y el plano son μ_1 y μ_2 respectivamente;
- Calcule la aceleración de los bloques y la tensión en la barra.
 - Suponga ahora que la tortuga 1 empuja a la tortuga 2. Calcule la aceleración de los bloques y la tensión en la barra para este caso.



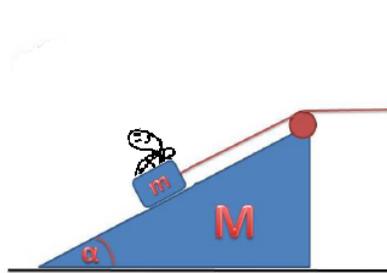
53. Con dos bloques A y B se arman las configuraciones I y II que se indican en la figura adjunta. Suponga que las cuerdas y poleas tienen masas despreciables y el coeficiente de roce μ es constante y es el mismo entre todas las superficies en contacto. El valor de las fuerzas aplicadas F_I y F_{II} es tal que el bloque A se mueve con velocidad constante en ambas situaciones. Calcule el cociente entre el módulo de F_I y F_{II} .



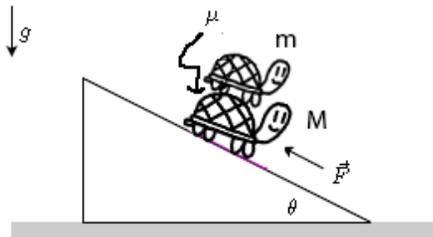
54. En el extremo de una tabla de longitud L y masa M se encuentra una tortuga de masa m . La tabla se desliza sin roce por el plano mientras que el coeficiente de roce entre la tabla y la tortuga es μ . ¿Qué velocidad inicial debe entregarse a la tabla (mediante un golpe) para que deslice completamente debajo de la tortuga?



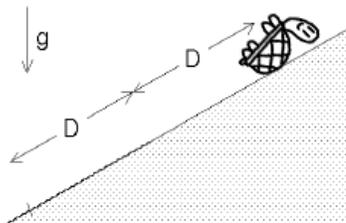
55. Considere el montaje mostrado en la figura. Suponga que las masas de la polea y del hilo, así como el rozamiento son despreciables. Se conocen las masas m de la tortuga que está en bloque, M de la cuña y el ángulo. Encuentre la aceleración de la cuña.



56. Una tortuga de masa m descansa sobre una tortuga mayor de masa M que se desliza sobre un plano inclinado perfectamente pulido (sin roce). Si entre ambas tortugas existe un coeficiente de roce estático μ , encuentre el valor máximo que puede tomar \vec{F} sin que la tortuga pequeña resbale.

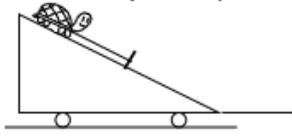


57. Sobre un plano inclinado liso, que forma un ángulo θ con la horizontal, se desliza una tortuga en su caparazón partiendo del reposo. Después de recorrer una distancia D , la tortuga entra en un tramo rugoso. La tortuga se detiene luego de recorrer una distancia D en dicho tramo. Calcule el coeficiente de roce cinético entre el caparazón y la superficie rugosa.

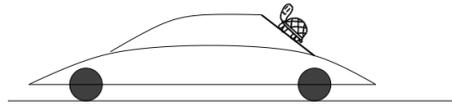


58. Sobre una cuña lisa e inclinada en un ángulo θ con respecto a la horizontal, posa un bloque con una tortuga de masa m . El bloque es atado a la cuña mediante una cuerda ideal de masa nula paralela a la superficie de la cuña. La aceleración de la cuña es tal que la cuerda que ata el bloque se mantiene siempre tensa.

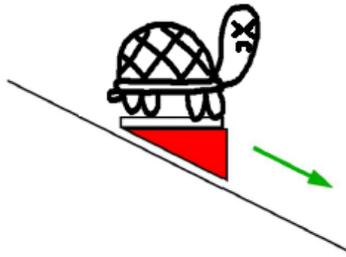
- Determinar la tensión de la cuerda en función de la aceleración \vec{a}_0 de la cuña.
- Determine la aceleración mínima para que la configuración presentada sea posible; calcular en tal caso la fuerza (vector) del bloque sobre la cuña.



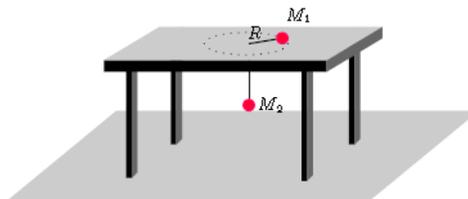
59. Al posar una tortuga con pies enjabonados sobre el parabrisas seco de un auto ésta resbala y cae. Los coeficientes de roce estático y cinético entre las patas enjabonadas y el parabrisas son iguales a μ . El ángulo entre el parabrisas y la horizontal es β . Determine la aceleración máxima y mínima con que se debe mover el vehículo a fin de que la tortuga enjabonada no resbale.



60. Calcule la carga registrada por la balanza sobre la cual posa Mrs. Tortuga de masa m . La balanza se ha adosado horizontalmente sobre una cuña triangular que desliza sin roce sobre el plano inclinado en un ángulo θ con respecto a la horizontal.

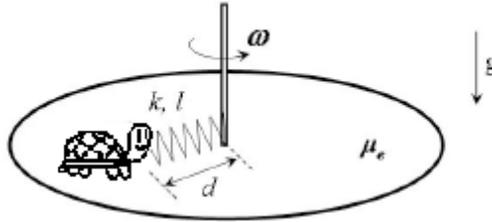


61. Dos bolitas de masa M_1 y M_2 están unidas por una cuerda ideal que pasa por un agujero O en una mesa perfectamente pulida. La bolita M_1 se mueve encima de la mesa en una trayectoria circular de radio R mientras que la otra bolita M_2 cuelga verticalmente sin moverse. Encuentre el tiempo que tarda la partícula M_1 en completar una vuelta.

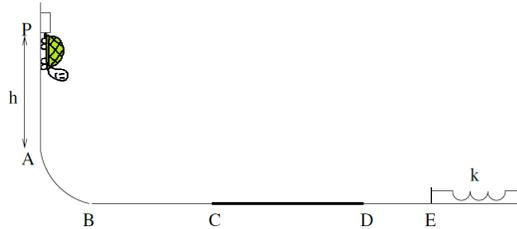


5. Energía

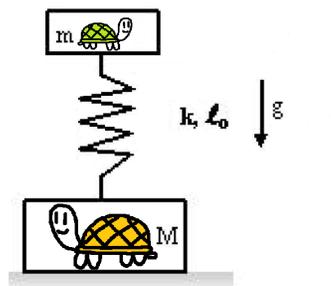
62. Una tortuga de masa m está atada al eje de un disco por un resorte de longitud natural L y constante k . El disco gira con velocidad angular ω . El coeficiente de roce estático entre la superficie y la tortuga es μ . Calcule la distancia máxima y mínima de la mareada tortuga al eje de rotación, de modo que no resbale.



63. En una feria de entretenimientos hay un juego solo para tortugas que consiste en que abordan un carro en el punto P (ver figura), caen en caída libre una altura h hasta el punto A , luego recorren un cuarto de circunferencia (AB), de 2 [m] de radio y una recta (BC) de 5 [m], todo esto sin roce. En el punto C se ingresa a una zona de 8 [m] de largo con coeficiente de roce $\mu_c = 0,5$. Como zona de seguridad, hay una distancia (DE) de 5 [m] sin roce, concluyendo la pista en un gran resorte cuya constante elástica es $k = 6 * 10^4 [N/m]$. La masa del carro, con las tortugas es de 500 Kg.
- Calcule hasta cuántos metros por sobre el punto A se puede dejar caer el carro con la tortuga para que este se detenga en la zona de desaceleración CD . Suponga ahora que el operador del juego sube el carro con una valiente tortuga hasta 8 [m] sobre A y lo deja caer desde allí.
 - Encuentre el lugar en que el carro quedará sin velocidad (por primera vez).
 - Encuentre el lugar en que el carro quedará finalmente en reposo.
 - Calcule el trabajo realizado por la fuerza elástica del resorte para detener el carro con la tortuga (por primera vez).
 - Calcule la aceleración del carro en el instante en que el resorte lo detiene.

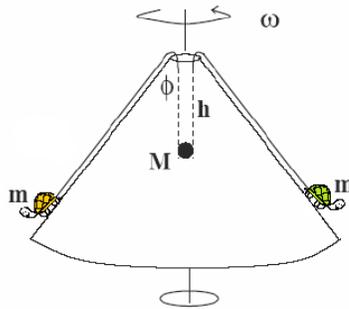


64. Dos tortugas de masa M y m descansan en sus cajas, las cuales están unidas por un resorte de largo natural l_0 y constante k . Permanecen en posición vertical como se indica en la figura. Cuando el sistema está en reposo:
- ¿Cuál es la reacción sobre el bloque con la tortuga de masa M ?
 - ¿Cuánto se acortó el resorte debido al peso de de la tortuga de masa m ?

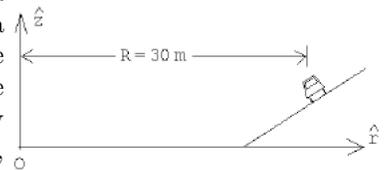


65. En la figura se muestra dos pequeñas tortugas gemelas de masa m unidas por una cuerda ideal de longitud $2L$. El sistema se dispone simétricamente sobre una superficie cónica con un orificio de canto suave en su punta superior. La cuerda entra parcialmente por el orificio y es tensada mediante una carga de masa M la cual no se mueve verticalmente. El cono y las tortuguitas rotan conjuntamente con velocidad angular ω constante; estas últimas describen movimientos circunferenciales y se mantienen en contacto con el cono.

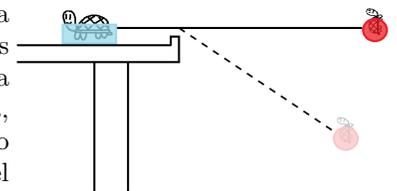
El ángulo que forma la vertical con una directriz del cono es ϕ . Considere el orificio y las tortugas de dimensiones muy pequeñas. Determine la profundidad h de la carga con respecto a la punta del cono que permite la situación descrita.



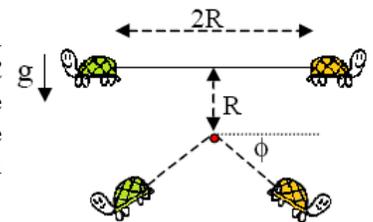
66. Una carretera está peraltada de modo que un automóvil, desplazándose a 80 [Km/h], puede tomar la curva de 30 [m] de radio, incluso si existe una capa de hielo equivalente a un coeficiente de fricción aproximadamente cero. Determinar el intervalo de velocidades a que un automóvil puede tomar esta curva sin patinar, si los coeficientes de fricción estática y cinemática, entre la carretera y las ruedas, son $\mu_e = 0,3$ y $\mu_c = 0,26$, respectivamente.



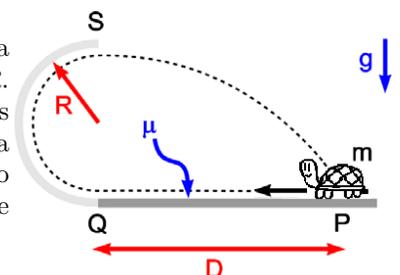
67. Un bloque que lleva a una tortuga de masa M que posa sobre la cubierta horizontal de una mesa se une a una bolita que transporta a una tortuga de masa m mediante una cuerda ideal. La tortuga que va en la bolita es soltada desde una distancia L fuera de la mesa, con la cuerda extendida horizontalmente. El coeficiente de roce estático bloque – cubierta es μ , y no hay roce entre la cuerda y el canto de la mesa. Calcule el ángulo crítico de caída de la bolita (con la tortuga de masa m) antes que el bloque (con la tortuga de masa M) resbale.



68. Considere dos tortugas de masa m unidas por un hilo de largo $2R$. Caen con el hilo estirado en forma horizontal. Después de caer una distancia R el centro del hilo choca con un clavo, correspondiendo de ahí en adelante la trayectoria de las dos tortugas a un movimiento circular. Si el hilo se corta cuando la tensión llega a tener el valor $T_{max} = 7mg/2$, encuentre el ángulo ϕ que en ese instante forma el hilo con la horizontal.



69. Una tortuga de masa m desliza sobre una superficie horizontal rugosa que empalma suavemente con un tubo semicircular pulido de radio R . El coeficiente de roce cinético entre la tortuga y el tramo rugoso PQ es μ . Determine la velocidad con que debe partir la tortuga para que ésta se deslice sobre el tramo rugoso PQ y luego sobre la superficie del tubo hasta salir volando del punto S para caer, finalmente, en el punto de partida P .



70. La figura muestra una pista compuesta de dos tramos y que se encuentra en un plano vertical. El tramo ab es recto y horizontal y el tramo bc tiene forma de $1/4$ de circunferencia de radio R y centro en el punto d . La pista es lisa a excepción de un trozo en el tramo recto de longitud L desconocida, siendo μ el coeficiente de roce dinámico. En un extremo de la pista hay un resorte de constante elástica k , el punto e es el punto de equilibrio del resorte. Una tortuga de masa m parte del reposo en el punto 1 donde se encuentra comprimiendo el resorte una longitud de x_1 . La tortuga no está unida al resorte, por lo que éste llega hasta el punto 2 y luego regresa.

- Encuentre el módulo de la fuerza normal debida a la pista en el punto 2.
- Encuentre la longitud L .
- Al regreso la tortuga comprime nuevamente el resorte. Encuentre la nueva compresión máxima del resorte.

