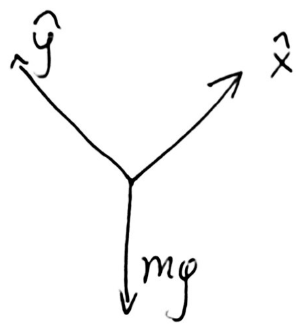
Descomposición de vectores

Una de las cosas más importantes para resolver problemas es saber descomponer vectores de forma adecuada.

¿Por qué es importante?

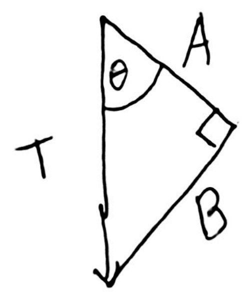
No siempre tendremos todas las fuerzas en el eje de las coordenadas que escojamos (como en la P4 del auxiliar 5), por lo cual necesitaremos tener estas fuerzas en los ejes para ocupar las ecuaciones de Newton.

Ejemplo:



Esto es uno de los típicos ejemplos en que se descompone el vector $m\vec{g}$ en los ejes $\hat{x}$ e $\hat{y}$ rotados.

Sentando intuición:



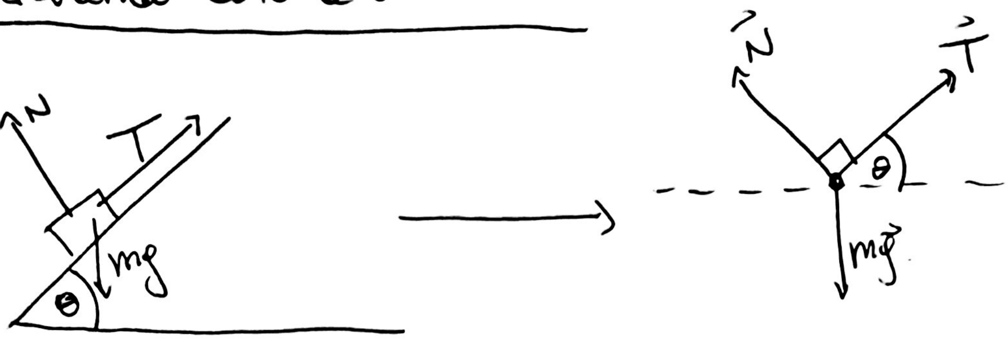
Supongamos que conocemos θ y T, pero necesitamos conocer A y B.

Como tenemos un triángulo rectángulo, aplicamos las funciones trigonométricas, en efecto:

$$\cos(\theta) = \frac{A}{T} \wedge \sin(\theta) = \frac{B}{T} \Rightarrow A = T\cos\theta \wedge B = T\sin\theta$$

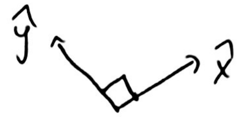
$\therefore$ Tenemos los valores de A y B

Llevando esto a otro nivel



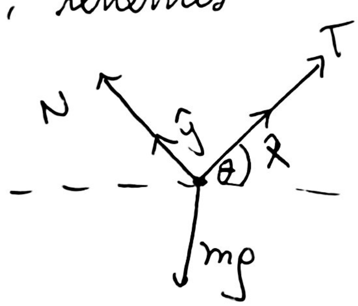
Debemos notar que es mucho más conveniente dejar

de forma

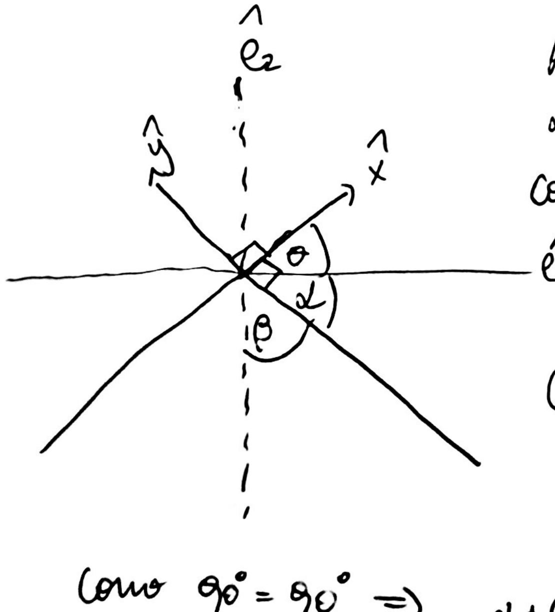


para tener más fuerzas dentro de los ejes y solo descomponer la fuerza $m\vec{g}$.

Luego, tenemos



¿Como obtenemos más angulos θ convenientes?



Asignamos las variables auxiliares α, β, y bases auxiliares $\hat{e}_1$ y $\hat{e}_2$.

como $\hat{x} \perp \hat{y}$, se tiene

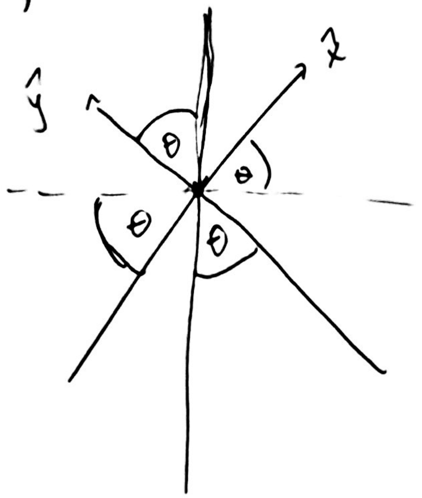
$$\boxed{\theta + \alpha = 90^\circ}$$

Como $\hat{e}_1 \perp \hat{e}_2$, se tiene que

$$\boxed{\alpha + \beta = 90^\circ}$$

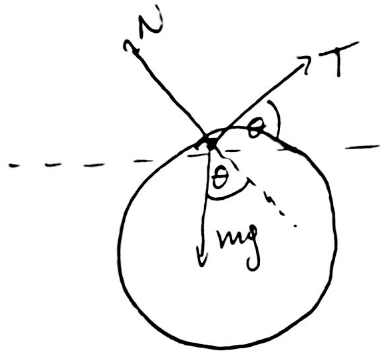
Como $90^\circ = 90^\circ \Rightarrow \quad \alpha + \beta = \theta + \alpha \Rightarrow \boxed{\beta = \theta}$

Haciendo el mismo procedimiento nos damos cuenta que

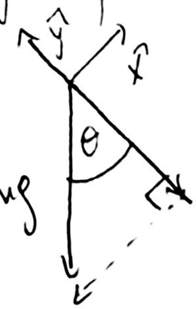


y podemos ver que el angulo θ se repite en todos esos lados como se muestra en la figura.

Volviendo al problema.



podemos hacer un zoom y lo que tenemos es esto.

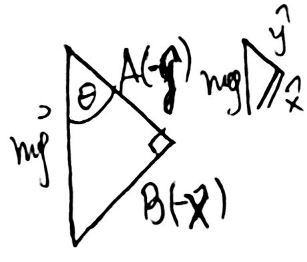


Ahora podemos ver más claramente que necesitamos descomponer $m\vec{g}$ en las bases $\hat{x}$ e $\hat{y}$.

y esto se logra de la misma forma en que trabajamos el triangulo T $\triangleright^A_B$, es decir

$$\cos(\theta) = \frac{A}{mg} \Rightarrow mg\cos(\theta) = A$$

$$\sin(\theta) = \frac{B}{mg} \Rightarrow mg\sin(\theta) = B.$$



Luego, se tiene

$\hat{x}$ | $\sum F = T(\hat{x}) + mg\sin\theta(-\hat{x})$

$\hat{y}$ | $\sum F = N(\hat{y}) + mg\cos\theta(-\hat{y})$

$$\Leftrightarrow \sum F_x = T - mg\sin\theta$$

$$\sum F_y = N - mg\cos\theta$$