División Recursos Hídricos y Medio Ambiente
Departamento de Ingeniería Civil
Universidad de Chile

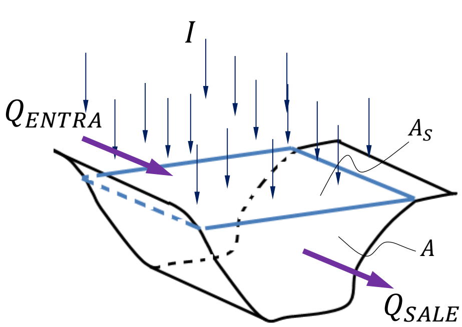
CI 4101 - HIDRÁULICA

HIDRÁULICA DE CANALES

Prof. ALDO TAMBURRINO TAVANTZIS

ESCURRIMIENTO EN CANALES ABIERTOS

ECUACIÓN DE CONTINUIDAD



$$\frac{\partial \forall}{\partial t} + Q_{SALE} - Q_{ENTRA} = I A_S$$

Considerando que no hay aporte superficial:

$$\frac{\partial A}{\partial t} + \frac{\partial Q}{\partial x} = 0$$

Para un canal rectangular de ancho b:

$$\frac{\partial h}{\partial t} + \frac{\partial q}{\partial x} = 0$$

Caudal unitario (caudal por unidad de ancho): $q \equiv \dfrac{Q}{b}$

ESCURRIMIENTO EN CANALES ABIERTOS

ECUACIÓN DE CONTINUIDAD

Flujo permanente: $Q_{SALE} = Q_{ENTRA}$

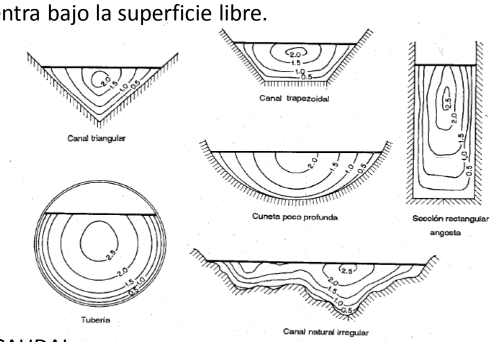
Flujo permanente, canal rectangular: $q_{SALE} = q_{ENTRA}$

$$Q = VA$$

Canal rectangular: $q = Vh$

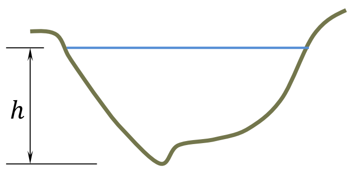
VELOCIDAD MEDIA $V = \frac{1}{A}\int_A u dA$

CURVAS ISOTÁQUICAS o DE IGUAL VELOCIDAD
Como resultado de la anisotropía de la turbulencia, en canales rectos la velocidad máxima se encuentra bajo la superficie libre.

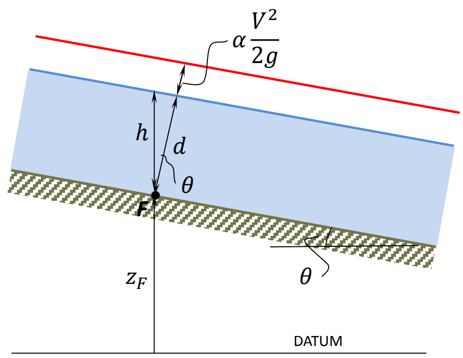


CÁLCULO DEL CAUDAL
Según el USGS: Dividir la sección en franjas verticales (de área A_i) y medir la velocidad a 0,6 veces la altura de cada franja ($u_{0,6i}$). $Q = u_{0,6i}A_i$. $V = Q/A_i$.
Para resultados más exactos, el USGS recomienda estimar la velocidad media de la franja como $u_i = \frac{1}{2}(u_{0,2i} + u_{0,8i})$.

ECUACIÓN DE ENERGÍA EN CANALES



Canal prismático, flujo permanente, líneas de corriente paralelas o cuasiparalelas:



$$B_F = z_F + \frac{p_F}{\gamma} + \alpha \frac{V^2}{2g}$$

$$p_F = d \cos\theta$$

$$B_F = z_F + d \cos\theta + \alpha \frac{V^2}{2g}$$

ENERGÍA ESPECÍFICA

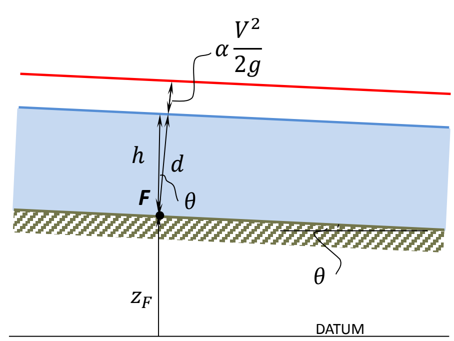
Se define la energía específica E como el Bernoulli respecto al fondo del canal (Bakhmeteff, 1912):

$$E \equiv d \cos\theta + \alpha \frac{V^2}{2g}$$

Usualmente el ángulo de inclinación del canal es pequeño y $\cos\theta \approx 1$

$$h \approx d$$

$$E = h + \alpha \frac{V^2}{2g}$$



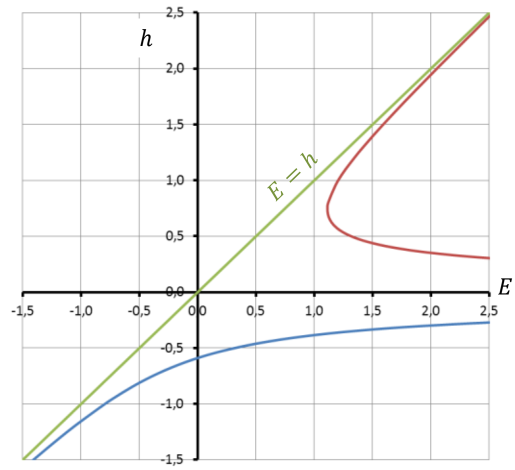
PROPIEDADES DE LA ENERGÍA ESPECÍFICA

Sin perder generalidad, es posible analizar la energía específica considerando un flujo turbulento $\alpha \approx 1$ y canal rectangular

$$V = \frac{q}{h}$$

$$E = h + \frac{q^2}{2gh^2}$$

ECUACIÓN CÚBICA EN h :
Tiene 3 soluciones

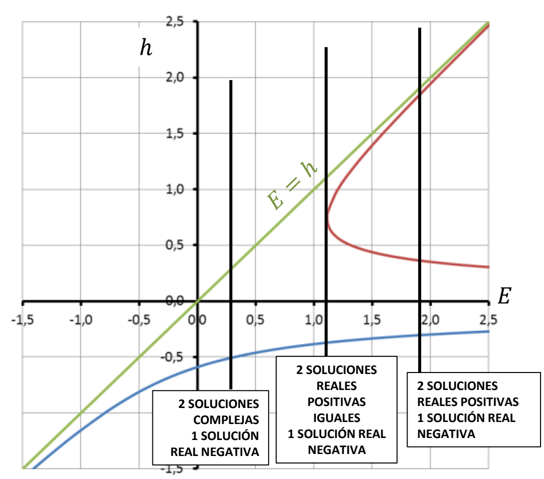


PROPIEDADES DE LA ENERGÍA ESPECÍFICA

Dependiendo del valor de E es el tipo de solución de la ecución cúbica

$$E = h + \frac{q^2}{2gh^2}$$

$$h^3 - Eh^2 + \frac{q^2}{2g} = 0$$



PROPIEDADES DE LA ENERGÍA ESPECÍFICA

Soluciones con sentido físico

$$E = h + \frac{q^2}{2gh^2}$$

Existe una energía mínima:

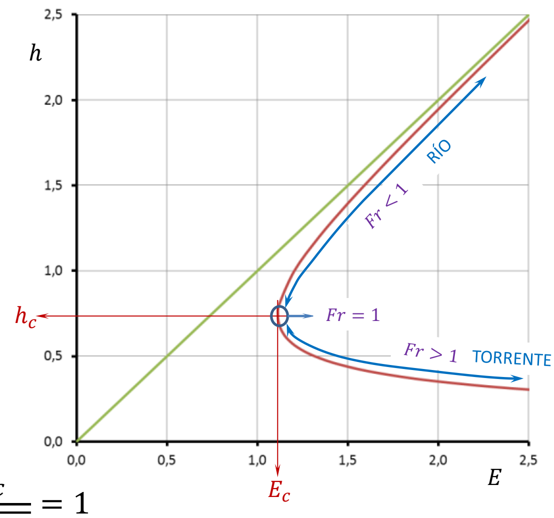
$$\frac{dE}{dh} = 0$$

CRISIS: $E_{min} = E_c$

Canal rectangular:

$$E_c = \frac{3}{2} h_c$$

$$h_c = \left(\frac{q^2}{g}\right)^{\frac{1}{3}} \Leftrightarrow Fr_c = \frac{V_c}{\sqrt{gh_c}} = 1$$

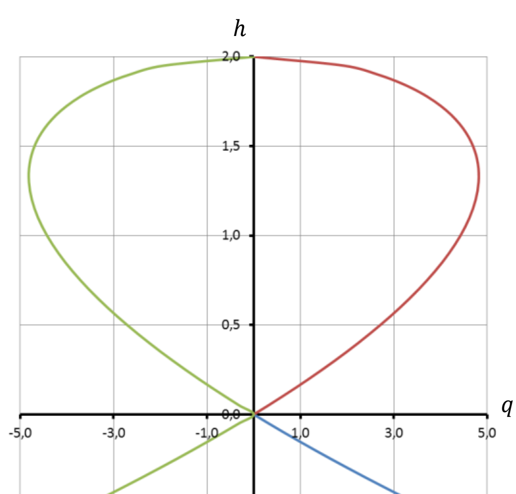


PROPIEDADES DE LA ENERGÍA ESPECÍFICA

Podemos escribir la ecuación de la energía específica como $q = f(h)$ con E como parámetro:

$$q = \pm\sqrt{2gh^2(E - h)}$$

Sólo tiene sentido físico las soluciones reales positivas.
Esto limita las alturas del flujo al rango $0 \leq h \leq E$.



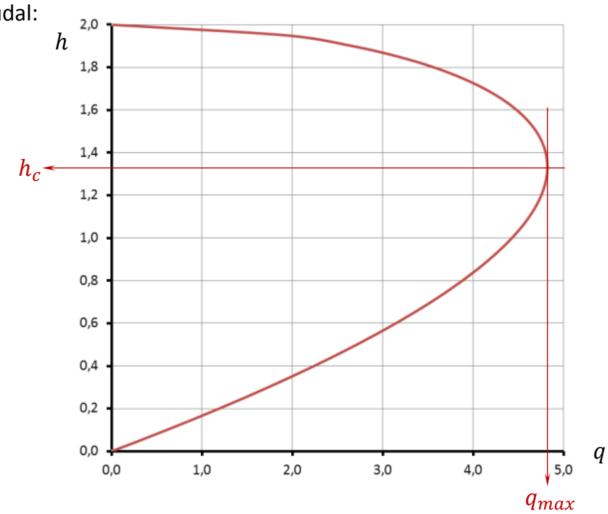
PROPIEDADES DE LA ENERGÍA ESPECÍFICA

Existe un máximo para el caudal:

$$\frac{dq}{dh} = 0$$

$$q_{max} = \sqrt{\frac{8}{27} g E^3}$$

$$h_{q_{max}} = \frac{2}{3} E = h_c$$



INTERPRETACIÓN DE LA CONDICIÓN DE CRISIS

Energía mínima para un caudal dado $\left.\frac{dE}{dh}\right|_q = 0$

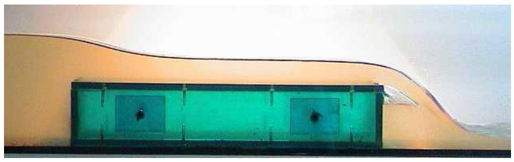
Caudal máximo para una energía dada $\left.\frac{dq}{dh}\right|_E = 0$

Además, habíamos visto que en la condición crítica la velocidad del flujo es igual a celeridad de la onda gravitacional infinitesimal $V = \sqrt{gh}$.

Aunque deducidos (por simplicidad) para un flujo con $\alpha = 1$ en un canal rectangular, los resultados anteriores pueden generalizarse para cualquier geometría (con $\alpha = 1$).

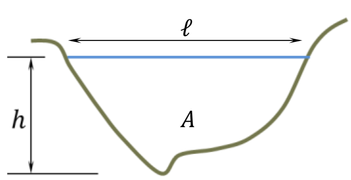
DÓNDE SE UBICA LA CRISIS

Si existe crisis, ella se ubica en un punto alto del canal o en la sección más angosta



http://deltacd.net/uncategorized/proper-installation-of-a-parshall-flume

CONDICIÓN DE CRISIS PARA GEOMETRÍA CUALQUIERA Y DISTRIBUCIÓN DE VELOCIDADES NO UNIFORME



$$E = h + \alpha\frac{V^2}{2g}$$

$$V = \frac{Q}{A}$$

$$E = h + \alpha\frac{Q^2}{2gA^2}$$

Definiendo el número de Froude para una geometría cualquiera como:

$$Fr^2 \equiv \frac{Q^2\ell}{gA^3}$$

La condición de crisis está dada por:

$$Fr^2 = \frac{1}{\alpha}$$

PROPIEDADES DE LA ENERGÍA ESPECÍFICA

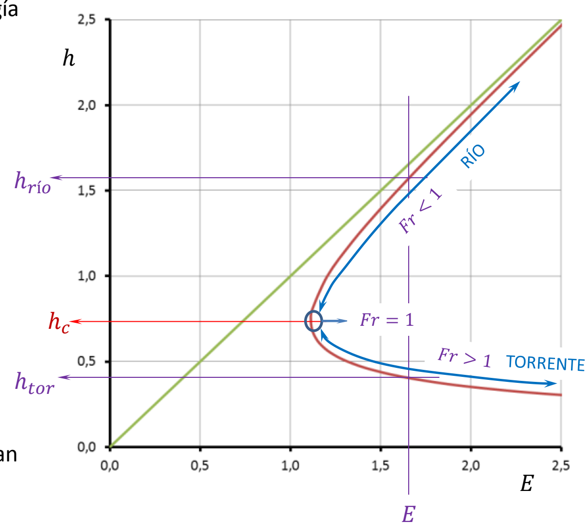
De las dos soluciones con sentido físico de la ecuación de energía

$$E = h + \frac{q^2}{2gh^2}$$

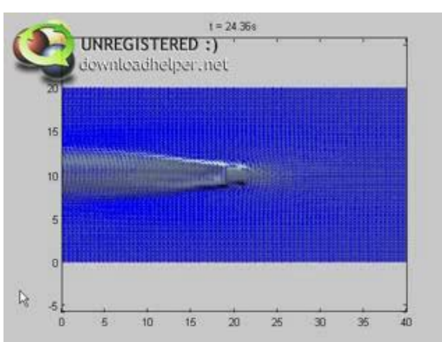
¿con cuál nos quedamos?

Una solución corresponde a una altura de río $h_{río} > h_c$ y la otra a una altura de torrente $h_{tor} > h_c$.

Recordemos cómo se propagan las ondas superficiales.

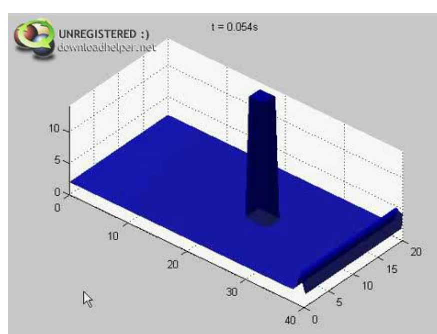


PROPAGACIÓN DE LAS ONDAS SUPERFICIALES Y CONDICIONES DE BORDE



FLUJO SUBCRÍTICO o RÍO

La onda superficial se propaga hacia aguas arriba. Un observador aguas arriba del obstáculo sabe que el obstáculo existe, porque le llega la información.



FLUJO SUPERCRÍTICO o TORRENTE

La onda superficial no se propaga hacia aguas arriba, sólo hacia aguas abajo. A un observador aguas arriba del obstáculo no le llega la información de su existencia. En el flujo supercrítico la información se propaga sólo hacia aguas abajo.

LA CONDICIÓN DE BORDE DE UN FLUJO SUBCRÍTICO (RÍO) SE UBICA AGUAS ABAJO

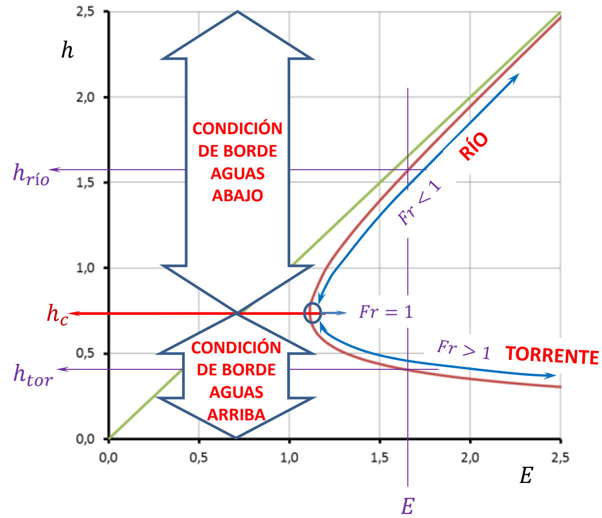
LA CONDICIÓN DE BORDE DE UN FLUJO SUPERCRÍTICO (TORRENTE) SE UBICA AGUAS ARRIBA

SOLUCIONES DE LA ECUACIÓN DE ENERGÍA

$$E = h + \frac{q^2}{2gh^2}$$

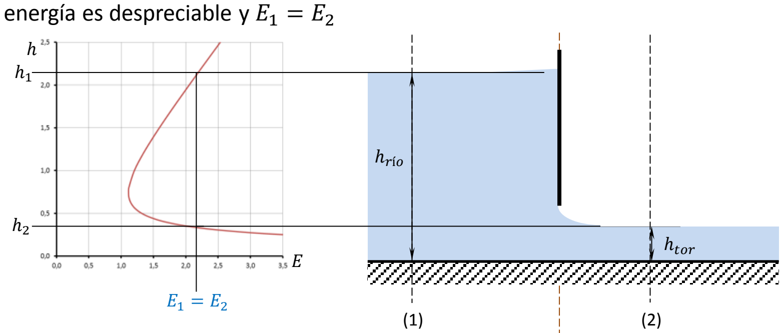
¿Cuál de las dos alturas es la solución?

DEPENDE DE DÓNDE SE UBICA LA CONDICIÓN DE BORDE



ALTURAS ALTERNAS DE LA COMPUERTA

En la compuerta hay una aceleración del flujo, por lo que la pérdida singular de energía es despreciable y $E_1 = E_2$



LA COMPUERTA SE ENCUENTRA AGUAS ABAJO DE LA SECCIÓN (1) $\Rightarrow h_1 = h_{río}$

LA COMPUERTA SE ENCUENTRA AGUAS ARRIBA DE LA SECCIÓN (2) $\Rightarrow h_2 = h_{tor}$

$h_2 = \mu a \qquad E_2 = \mu a + \frac{q^2}{2g(\mu a)^2} \qquad E_2 = E_1 \qquad h_1 + \frac{q^2}{2g(h_1)^2} = E_2$

$h_1 = h_{río}$ √

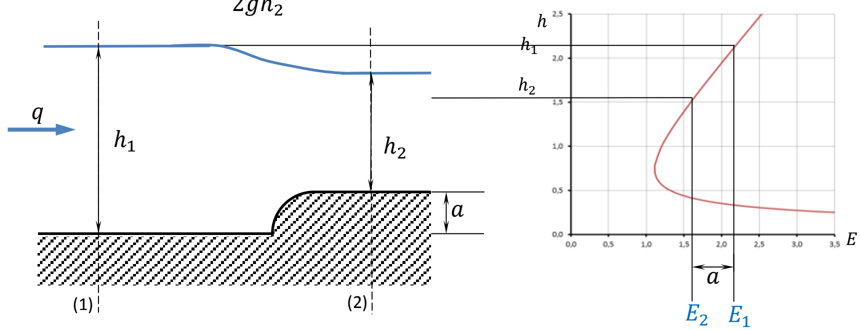
$\cancel{h_1 = h_{tor}}$

$\cancel{h_1 < 0}$

APLICACIONES DE LA ECUACIÓN DE ENERGÍA

FLUJO SUBCRÍTICO EN CANAL CON GRADA DE SUBIDA.
CONDICIÓN DE BORDE AGUAS ABAJO: Dato es h_2 y debemos calcular h_1.
Consideremos que no hay pérdidas de energía (en la práctica esto no es verdad)

$$E_2 = h_2 + \frac{q^2}{2g{h_2}^2} \qquad E_1 = E_2 + a$$



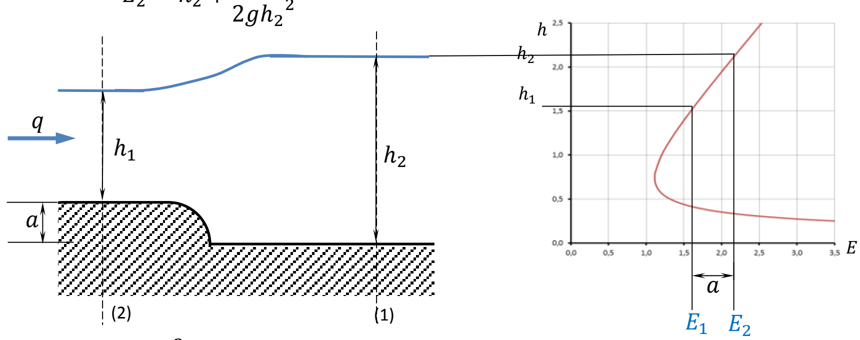
$$h_1 + \frac{q^2}{2g{h_1}^2} = E_2 + a \quad \Rightarrow \quad h_1$$ Se elige la solución de río.

A mayor altura de la grada, mayor es la altura h_1.

APLICACIONES DE LA ECUACIÓN DE ENERGÍA

FLUJO SUBCRÍTICO EN CANAL CON GRADA DE BAJADA.
CONDICIÓN DE BORDE AGUAS ABAJO: Dato es h_2 y debemos calcular h_1.
Consideremos que no hay pérdidas de energía (en la práctica esto no es verdad)

$$E_2 = h_2 + \frac{q^2}{2g{h_2}^2} \qquad E_1 + a = E_2$$

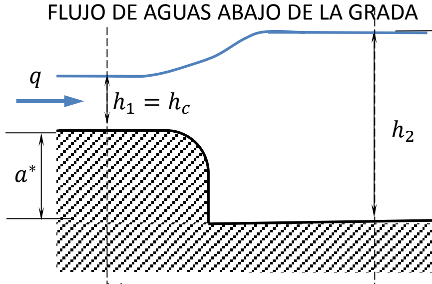


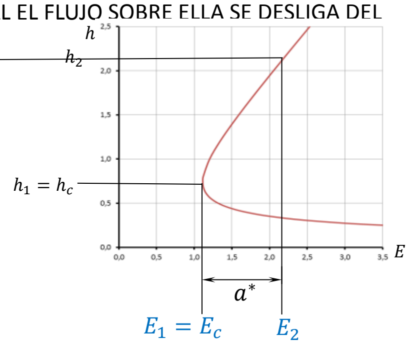
$$h_1 + \frac{q^2}{2g{h_1}^2} = E_2 - a \quad \Rightarrow \quad h_1$$ Se elige la solución de río.

A mayor altura de la grada, *menor* es la altura h_1.
Notar que la altura de la grada tiene un límite

APLICACIONES DE LA ECUACIÓN DE ENERGÍA

FLUJO SUBCRÍTICO EN CANAL CON GRADA DE BAJADA.
ALTURA DE LA GRADA A PARTIR DE LA CUAL EL FLUJO SOBRE ELLA SE DESLIGA DEL FLUJO DE AGUAS ABAJO DE LA GRADA





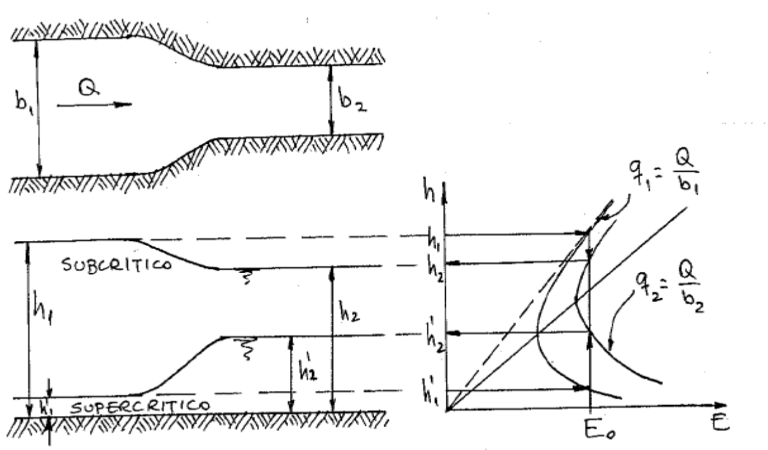
Existe un valor límite de la altura de la grada, a^*, a partir de la cual la altura en la sección (1) es la altura crítica: $h_1 = h_c$ para $a \geq a^*$.

La altura a^* está dada por $a^* = E_2 - E_c$.

Se insiste que este análisis conceptual es válido sólo si no hay pérdida de energía, lo que en la práctica no es cierto, pero sirve para aclarar los conceptos de energía específica y crisis. Más adelante se verá cómo se resuelve el problema real.

APLICACIONES DE LA ECUACIÓN DE ENERGÍA

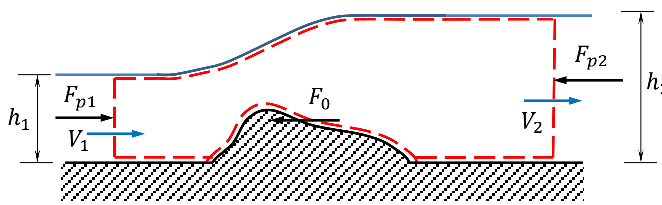
FLUJO EN UN CANAL CON UN ESTRECHAMIENTO.



TEOREMA DE LA CANTIDAD DE MOVIMIENTO EN CANALES

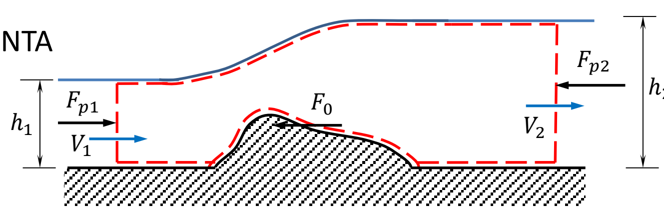
FUNCIÓN MOMENTA

Consideremos un *canal rectangular*, *horizontal*, en el que existe un obstáculo que ejerce una fuerza F_0 sobre el flujo y apliquemos el teorema de la cantidad de movimiento en entre dos secciones lo suficientemente alejadas del obstáculo como para tener líneas de corriente paralelas en ellas. Consideremos, además, despreciable la fricción en el volumen de control.



$$F_{p1} - F_{p2} - F_0 = \rho Q(\beta V_2 - \beta V_1)$$

FUNCIÓN MOMENTA



Como las líneas de corriente a la entrada y salida del volumen de control son paralelas, la distribución de presiones es la hidrostática. Si b es el ancho del canal:

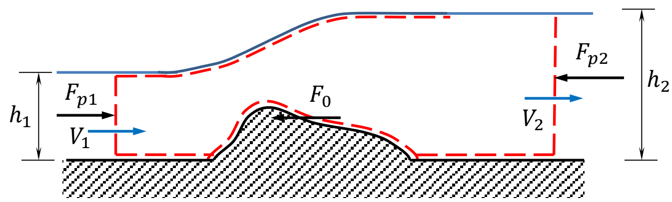
$$F_{p1} = \tfrac{1}{2}\rho g {h_1}^2 b \qquad F_{p2} = \tfrac{1}{2}\rho g {h_2}^2 b \qquad V_1 = \frac{Q}{bh_1} \qquad V_2 = \frac{Q}{bh_2}$$

$$\tfrac{1}{2}\rho g {h_1}^2 b - \tfrac{1}{2}\rho g {h_2}^2 b - F_0 = \rho Q\left(\beta \frac{Q}{bh_1} - \beta \frac{Q}{bh_2}\right)$$

Dividiendo por $\rho g b$ y definiendo $f_0 \equiv \frac{F_0}{\rho g b}$:

$$\frac{{h_1}^2}{2} + \beta \frac{q^2}{g h_1} = \frac{{h_2}^2}{2} + \beta \frac{q^2}{g h_2} + f_0$$

FUNCIÓN MOMENTA



Supongamos flujo turbulento con $\beta = 1$ y definamos la *función momenta por unidad de ancho* como:

$$m = \frac{h^2}{2} + \frac{q^2}{gh}$$

La función momenta m tiene dimensiones de (longitud)^2 .

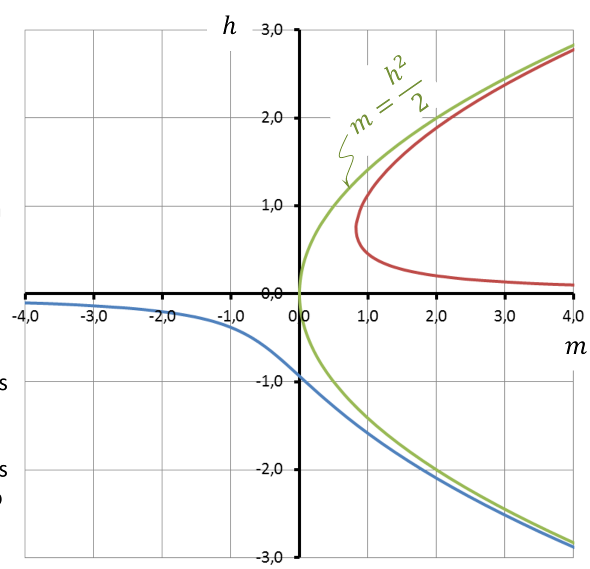
$$m_1 = m_2 + f_0$$

ANÁLISIS DE LA FUNCIÓN MOMENTA

$$m = \frac{h^2}{2} + \frac{q^2}{gh}$$

Al igual que la energía específica E para canales rectangulares, m tiene tres soluciones para h. Dependiendo del valor de m, pueden ser:

- 2 valores de h reales positivos y 1 valor real negativo
- 2 valores de h reales positivos iguales y 1 valor real negativo
- 2 valores de h complejos y 1 valor real negativo



SÓLO TIENEN SENTIDO FÍSICO LOS VALORES REALES POSITIVOS

ANÁLISIS DE LA FUNCIÓN MOMENTA

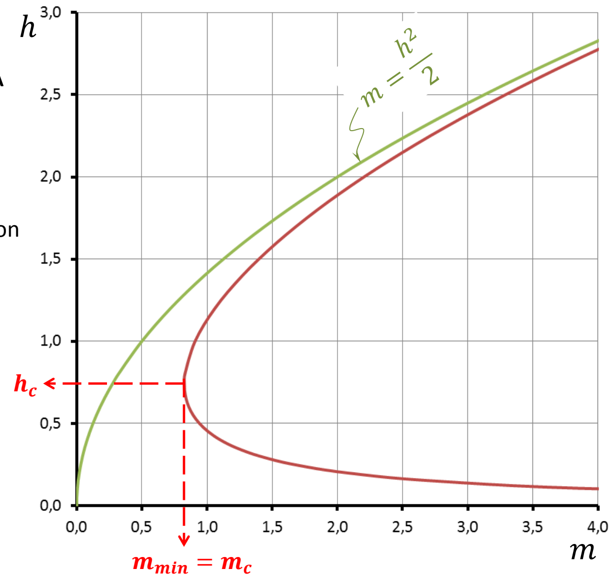
$$m = \frac{h^2}{2} + \frac{q^2}{gh}$$

Analicemos sólo el segmento con sentido físico ($h > 0$).

La función momenta tiene un mínimo:

$$\frac{dm}{dh} = 0 \;\Rightarrow\; h_{m_{min}} = \left(\frac{q^2}{g}\right)^{\frac{1}{3}}$$

$$\therefore h_{m_{min}} = h_c$$

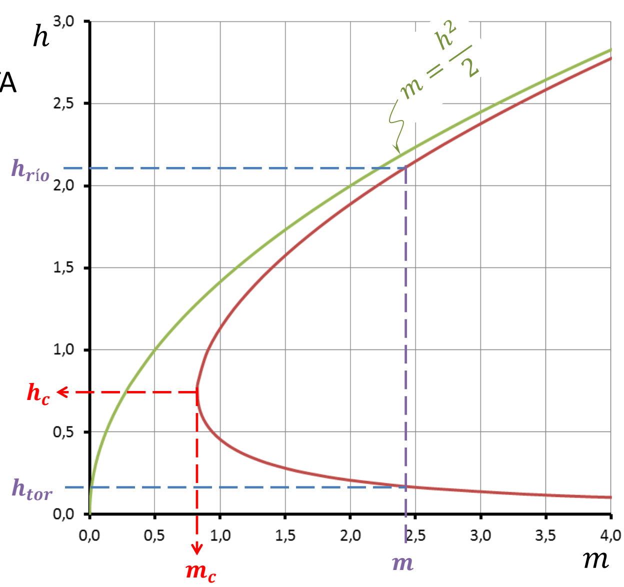


Notar que la altura para la cual se tiene momenta mínima coincide con la altura para la cual se tiene energía mínima *sólo si* $\alpha = \beta = 1$.

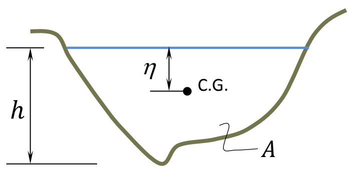
ANÁLISIS DE LA FUNCIÓN MOMENTA

Si $m > m_c$ existen dos soluciones para h:
una correspondiente a una altura de río, $h_{río}$, y otra a una altura de torrente h_{tor}.

Para $m < m_c$ no existen soluciones físicamente posibles para h.



GENERALIZACIÓN DE LA FUNCIÓN MOMENTA A UNA GEOMETRÍA CUALQUIERA



Consideremos un canal prismático, horizontal y apliquemos el teorema de la cantidad de movimiento entre dos secciones en las cuales tengamos líneas de corriente paralelas (o cuasi-paralelas). Para la componente en la dirección del flujo:

$$F_{p1} - F_{p2} - F_0 = \rho Q(\beta V_2 - \beta V_1)$$

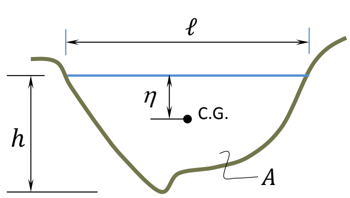
La fuerza de presión está dada por la presión evaluada en el centro de gravedad C.G. de la sección, por su área: $F_p = p_{CG} A$

LLamando η (eta) a la distancia desde la superficie libre hasta el C.G. de la sección, se cumple: $p_{CG} = \rho g \eta$. Además , $V = Q/A$. Reemplazando en la ecuación del teorema de la cantidad de movimiento:

$$\rho g \eta_1 A_1 + \rho \beta \frac{Q^2}{A_1} = \rho g \eta_2 A_2 + \rho \beta \frac{Q^2}{A_2} + F_0$$

$$\eta_1 A_1 + \beta \frac{Q^2}{g A_1} = \eta_2 A_2 + \beta \frac{Q^2}{g A_2} + F_0{}' \quad \text{donde} \quad F_0{}' = \frac{F_0}{\rho g}$$

GENERALIZACIÓN DE LA FUNCIÓN MOMENTA A UNA GEOMETRÍA CUALQUIERA



Si $\beta = 1$, se define la función momenta para un canal de cualquier geometría como:

$$M \equiv \eta A + \frac{Q^2}{g A}$$

M tiene dimensiones de volumen (fuerza por unidad de peso específico)

El comportamiento de M es similar al de m y también presenta un mínimo cuando la altura es igual a la crítica:

$$h_{M_{min}} = h_c = \left(\frac{Q^2 \ell}{g A^3}\right)^{\frac{1}{2}}$$

RESALTO HIDRÁULICO

Surge para compatibilizar una condición de borde de torrente (impuesta desde aguas arriba) con una de río (impuesta desde aguas abajo)

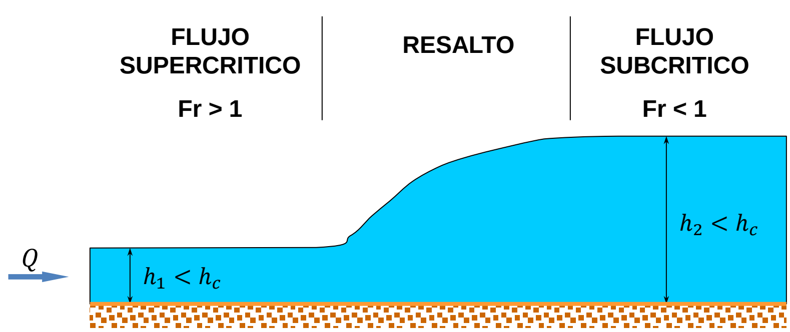
Es el paso brusco desde un flujo supercrítico a uno subcrítico

Prof. ALDO TAMBURRINO - Departamento de Ingeniería Civil - Universidad de Chile

RESALTO HIDRÁULICO

Surge para compatibilizar una condición de borde de torrente (impuesta desde aguas arriba) con una de río (impuesta desde aguas abajo)

Es el paso brusco desde un flujo supercrítico a uno subcrítico



CI 4101 - HIDRÁULICA

Prof. ALDO TAMBURRINO - Departamento de Ingeniería Civil - Universidad de Chile

RESALTO HIDRÁULICO

Película obtenida en www.yuotube.com

RESALTO HIDRÁULICO

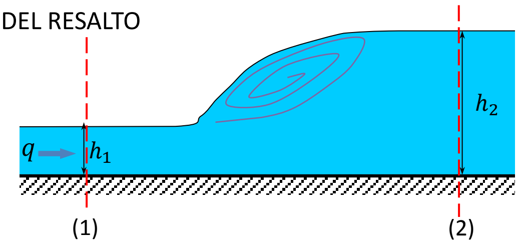
CONDICIÓN DE BORDE DE AGUAS ARRIBA

CONDICIÓN DE BORDE DE AGUAS ABAJO

RESALTO HIDRÁULICO

RELACIÓN ENTRE LAS ALTURAS DEL RESALTO

Consideremos:
- Canal rectangular
- Lecho horizontal
- Fricción despreciable
- Líneas de corriente paralelas en las secciones (1) y (2)
- $\beta = 1$



De este modo, $m_1 = m_2 \;\Rightarrow\; \dfrac{{h_1}^2}{2} + \dfrac{q^2}{gh_1} = \dfrac{{h_2}^2}{2} + \dfrac{q^2}{gh_2}$ de donde resulta:

$$\frac{h_2}{h_1} = \frac{1}{2}\left(\sqrt{1 + 8{Fr_1}^2} - 1\right) \quad , \qquad Fr_1 = \frac{q}{h_1\sqrt{gh_1}}$$

$$\frac{h_1}{h_2} = \frac{1}{2}\left(\sqrt{1 + 8{Fr_2}^2} - 1\right) \quad , \qquad Fr_2 = \frac{q}{h_2\sqrt{gh_2}}$$

¡sección rectangular!

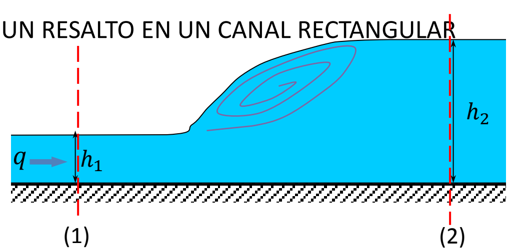
h_1 y h_2 se denominan *alturas conjugadas del resalto*

RESALTO HIDRÁULICO

PÉRDIDA DE ENERGÍA DEBIDA A UN RESALTO EN UN CANAL RECTANGULAR

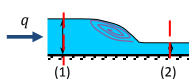
$$E_1 = E_2 + \Lambda_{res}$$

E: energía específica
Λ_{res}: pérdida de energía



$$\Lambda_{res} = \frac{(h_2 - h_1)^3}{4h_2h_1}$$

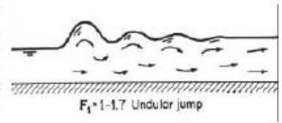
¡sección rectangular!

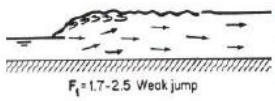


Notar que un río no puede pasa a un torrente a través de un resalto. En este caso tendríamos $h_2 < h_1$, por lo que $\Lambda_{res} < 0$ ¡pérdida de energía negativa! (el flujo ganaría energía a través de los resaltos).

TIPOS DE RESALTOS

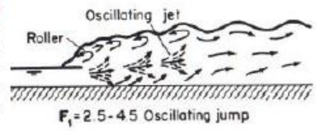
1 < Fr < 1,7 RESALTO DE ONDAS Los resaltos de ondas se producen cuando el escurrimiento está cercano a la crisis. En este resalto la pérdida de energía es pequeña y se produce básicamente por radiación hacia aguas abajo. El paso de torrente a río se realiza como un tren de ondas estacionarias, cuyas características están definidas en gran medida por la resistencia de la pared.





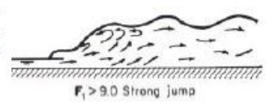
1,7 < Fr < 2,5 RESALTO DÉBIL En este resalto las ondas se rompen y una serie de torbellinos superficiales aparecen en la superficie. Aguas abajo del resalto la superficie del agua se mantiene lisa. La pérdida de energía es despreciable.

2,5 < Fr < 4,5 RESALTO OSCILATORIO O PULSANTE El torrente penetra como un chorro pulsante que comienza en el fondo y se eleva a hacia la superficie. La pulsación del chorro produce ondas que se propagan hacia aguas abajo, pudiendo causar daños si las paredes del canal no están protegidas. La superficie libre del resalto presenta torbellinos.



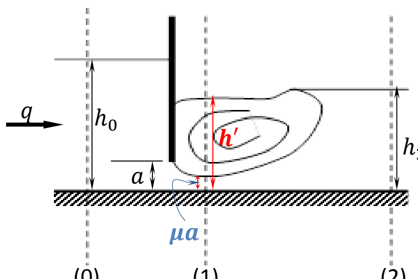
4,5 < Fr < 9 RESALTO ESTACIONARIO O ESTABLE El torrente hace que la vena viva vuelva a la superficie prácticamente en la misma sección de término del torbellino superficial. Este resalto es estable y es poco sensible a las condiciones de aguas abajo.

Fr > 9 RESALTO FUERTE El torrente intermitentemente acarrea hacia aguas abajo masas de agua. La superficie libre aguas abajo del resalto presenta una superficie "rugosa"debido a la propagación de ondas.



RESALTOS INCOMPLETOS

RESALTO INCOMPLETO AL PIE DE COMPUERTAS



$E_0 = E_1$ $\quad m_1 = m_2$

Canal rectangular, $\alpha = \beta = 1$

$$E_0 = h_0 + \frac{q^2}{2g{h_0}^2}$$

$$E_1 = h' + \frac{q^2}{2g(\mu a)^2}$$

$$m_1 = \frac{h'^2}{2} + \frac{q^2}{g\mu a}$$

$$m_2 = \frac{{h_2}^2}{2} + \frac{q^2}{gh_2}$$

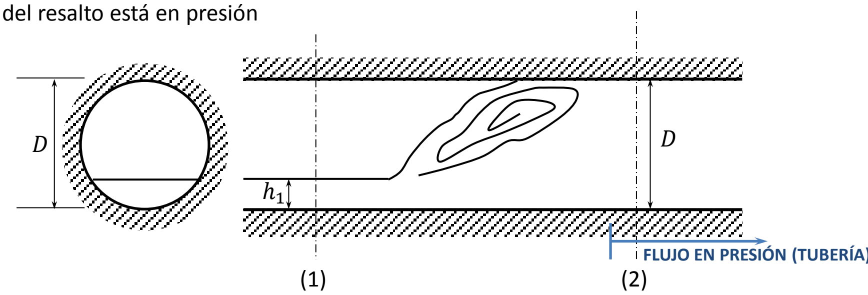
$\mu \approx 0{,}6$ Coeficiente de contracción de la compuerta

$$\left.\begin{array}{r}\text{Datos: } q, a, h_2 \\ \text{Incógnitas: } h_0,\ h'\end{array}\right\} \Longrightarrow \begin{array}{l} m_1 = m_2 \ \Rightarrow \ h' \\ E_0 = E_1 \ \Rightarrow \ h_0 \end{array}$$

RESALTOS INCOMPLETOS

RESALTO EN PRESIÓN

Otro tipo de resalto incompleto es el que se produce en acueductos, cuando la altura conjugada del torrente no puede desarrollarse completamente y el flujo de aguas abajo del resalto está en presión



Consideremos lecho horizontal, fricción despreciable y $\beta = 1$. Como es una geometría distinta a la rectangular, se cumple: $M_1 = M_2$

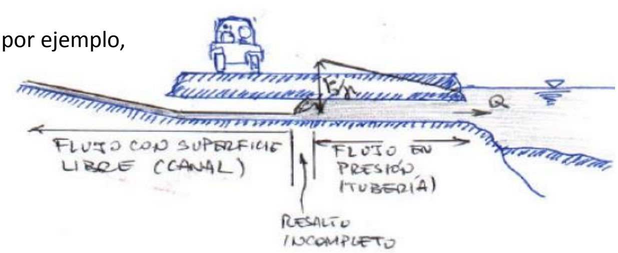
$$\eta_1 A_1 + \frac{Q^2}{gA_1} = \frac{p_2}{\gamma} A_2 + \frac{Q^2}{gA_2}$$

ALTURA DE PRESIÓN EN LA SECCIÓN (2)
MEDIDA DESDE EL C.G. DE LA SECCIÓN

RESALTOS INCOMPLETOS

RESALTO EN PRESIÓN

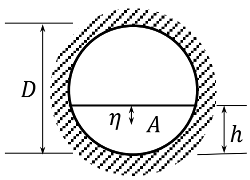
Estos resaltos se generan, por ejemplo, en las alcantarillas



$$\eta_1 A_1 + \frac{Q^2}{gA_1} = \frac{p_2}{\gamma} A_2 + \frac{Q^2}{gA_2}$$

$$A_2 = \pi \frac{D^2}{4}$$

$\frac{p_2}{\gamma}$ se obtiene a partir de la condición de aguas abajo, considerando un flujo en tubería: $B_2 = B_s + \Lambda_f$



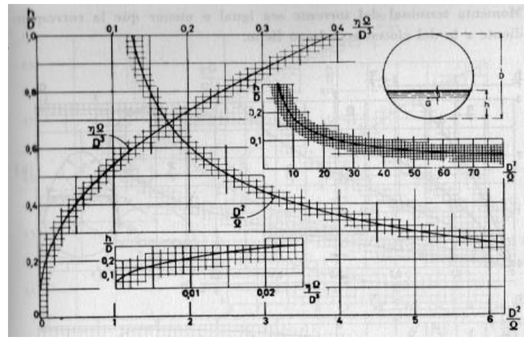
La dificultad para evaluar M_1 es sólo geométrica: Debemos evaluar η y A para un h dado.

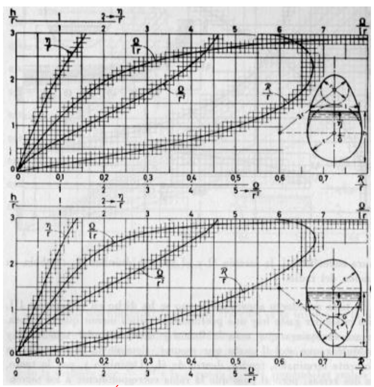
Existen relaciones gráficas para η y A en función de h y D .

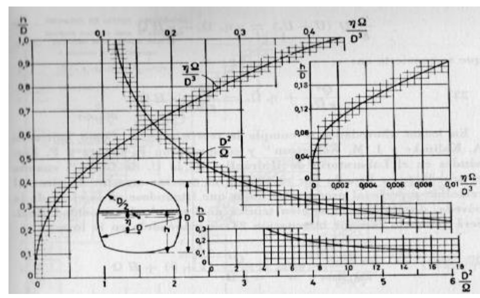
RESALTOS INCOMPLETOS

RESALTO EN PRESIÓN

Caracterización de la geometría del torrente: En el libro Hidráulica de F.J. Domínguez hay relaciones para distintas geometrías comunes en obras hidráulicas. En el libro, el área A se denota Ω.

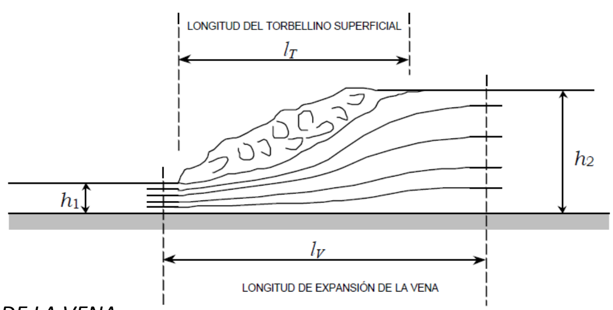






RESALTOS

LONGITUD DEL RESALTO



LONGITUD DE EXPANSIÓN DE LA VENA

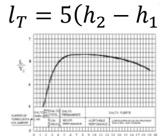
Safranez: $l_V = 4{,}5h_2$

Álamos y Gallardo (memoristas de F.J. Domínguez): $l_V = 18h_c - 20h_1$

LONGITUD DEL TORBELLINO SUPERFICIAL

Miami Conservancy District: $l_T = 5(h_2 - h_1)$

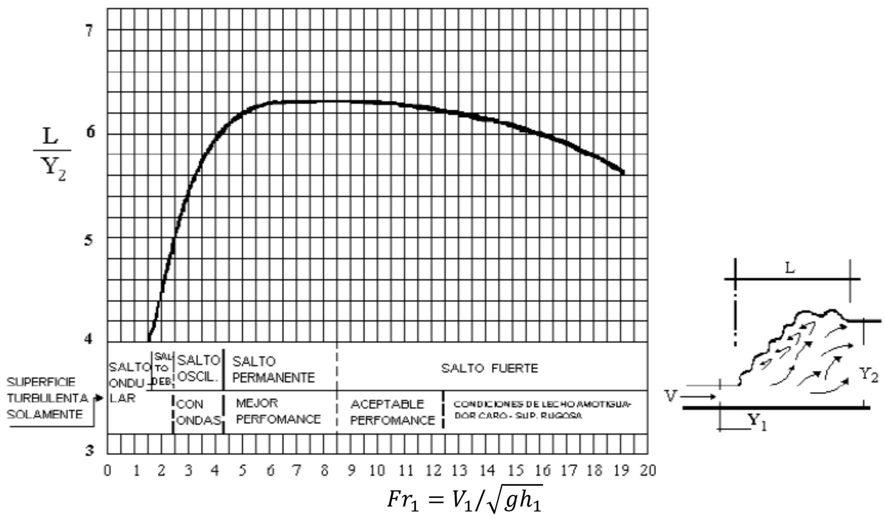
USBR:



RESALTOS

LONGITUD DEL TORBELLINO SUPERFICIAL

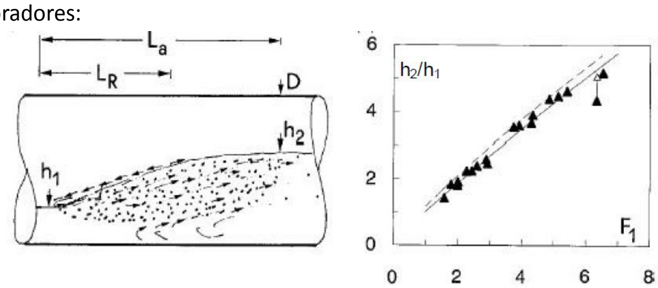
USBR:



RESALTOS COMPLETOS EN DUCTOS CIRCULARES

Las alturas alternas se obtienen de $M_1 = M_2$

La longitud del resalto puede estimarse a partir de los estudios de Hager y sus colaboradores:



$$\frac{L_R}{h_2} = 2\sqrt{Fr_1} \qquad \frac{L_a}{L_R} = 2$$

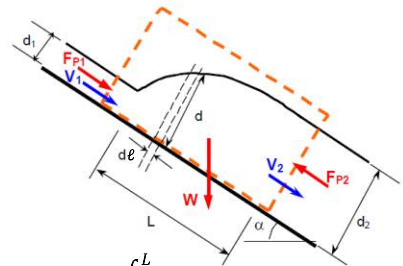
L_R es la longitud de recirculación, definida como la distancia entre el extremo de aguas arriba del resalto y el punto de estancamiento en la superficie.

L_a es la longitud de aeración, definida como la distancia entre el extremo de aguas arriba del resalto y el punto donde termina la nube de burbujas de aire.

RESALTOS EN LECHOS INCLINADOS

En un lecho inclinado, al aplicar el teorema de la cantidad de movimiento aparece la componente del peso, la que debe incorporarse en el análisis.

Consideremos la componente en la dirección del flujo del teorema de la cantidad de movimiento ($\beta = 1$):



$$F_{P1} - F_{p2} + W \sin\alpha = \frac{\gamma}{g} Q (V_2 - V_1)$$

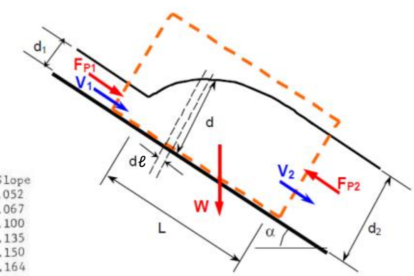
Canal rectangular de ancho b:

$$F_{p1} = \frac{1}{2} b\gamma {d_1}^2 \cos\alpha \qquad F_{p2} = \frac{1}{2} b\gamma {d_2}^2 \cos\alpha \qquad W = \gamma b \int_0^L d\,d\ell$$

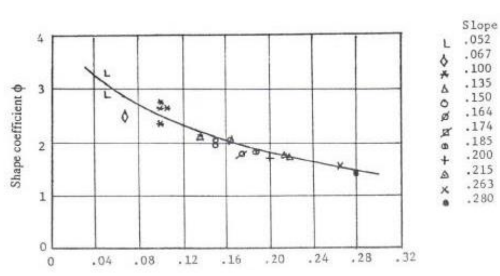
El problema es evaluar el volumen del líquido, $\cancel{V} = b\int_0^L d\,d\ell$, ya que no se tiene una función analítica para el perfil del resalto.

Necesariamente la determinación de las alturas conjugadas y longitud del resalto debe hacerse con apoyo experimental

RESALTOS EN LECHOS INCLINADOS



$$\frac{d_2}{d_1} = \frac{h_2}{h_1} = \frac{1}{2}\left(\sqrt{1 + \frac{8 Fr_1^2}{1 + 2\phi \operatorname{sen}\alpha}} - 1\right)$$

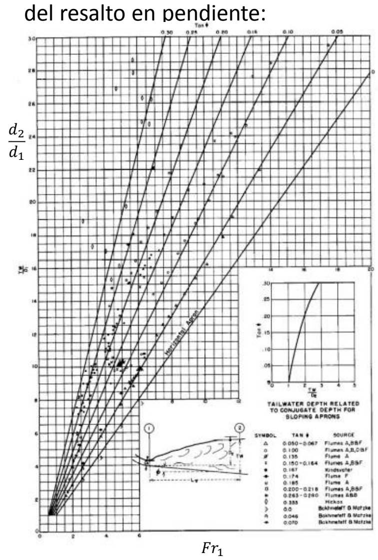


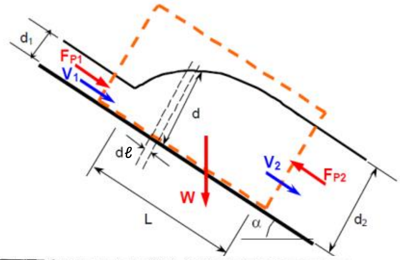
Para el rango $2{,}9 < Fr_1 < 17{,}9$ la longitud del resalto puede estimarse de:

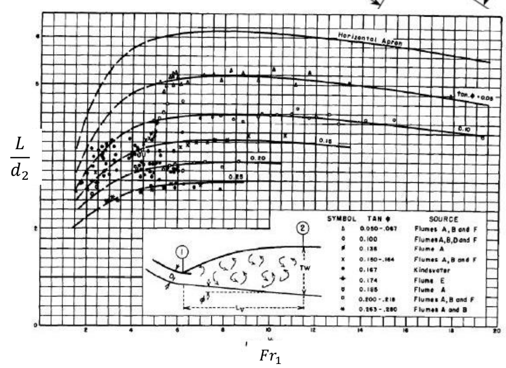
$$L = \frac{1{,}25}{\tan\alpha + 0{,}182}(h_2 - h_1)$$

RESALTOS EN LECHOS INCLINADOS

El USBR propone las siguientes relaciones gráficas para determinar las alturas alternas y la longitud del resalto en pendiente:

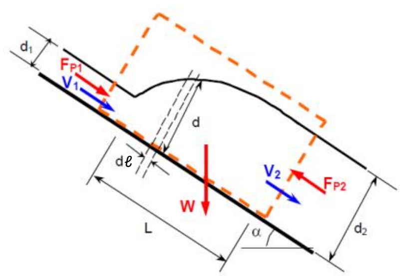






NOTA: El ángulo ϕ de estos gráfico corresponde a α .

RESALTOS EN LECHOS INCLINADOS



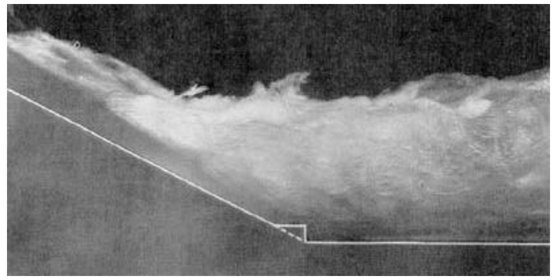
Relaciones de F.J. Domínguez y sus memoristas

$$\frac{L}{h_c} = 18(1-3i) - 20\frac{d_1}{h_c}$$

$$\frac{d_2}{d_1} = \sqrt{\frac{1}{4} + \frac{2}{X_0^3}} - \frac{1}{2} + (5{,}74 - 3{,}21X_0)^3\, i^{3/2}$$

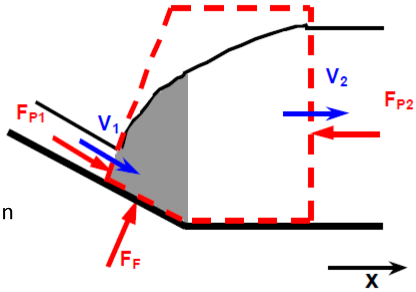
Donde L es la longitud del resalto, d_1 es la altura del torrente (medida normal al fondo), d_2 es la del río, i es la pendiente del lecho, h_c la altura crítica y $X_0 = d_1/h_c$.

RESALTOS EN LECHOS DE PENDIENTE MIXTA



Un rápido de descarga o un canal de gran pendiente generalmente enlaza con otro horizontal o de muy baja pendiente, siendo frecuente que el resalto no se ubique completamente en el tramo horizontal ni completamente en el inclinado, por lo que sólo parte del peso del volumen del agua contribuya en la cantidad de movimiento. El problema es altamente complejo y ha sido resuelto empíricamente por el USBR en Estados Unidos y por F.J. Domínguez y sus alumnos en Chile.

Generalmente, en las situaciones que involucran resaltos en pendiente mixta, las alturas del torrente y del río son conocidas y lo que se quiere determinar es la longitud del resalto y qué parte de él se encuentra en el canal inclinado.

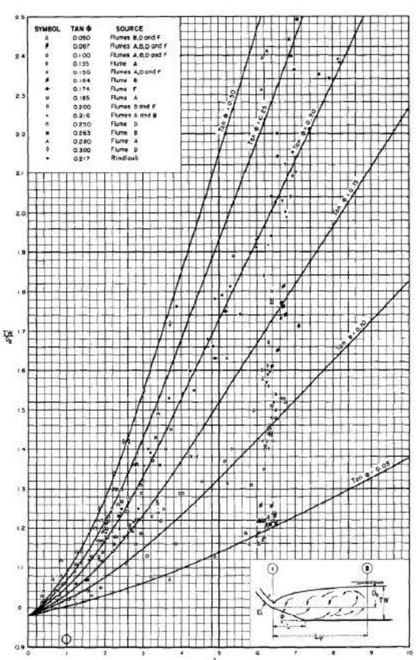


FUERZAS QUE CONTRIBUYEN EN LA DIRECCIÓN X

RESALTOS EN LECHOS DE PENDIENTE MIXTA

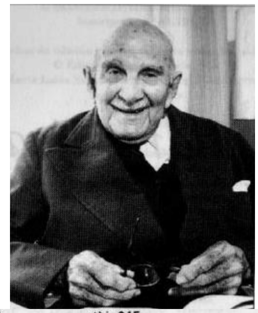
El USBR recomienda considerar que la longitud del resalto es la que se obtiene de considerar el lecho horizontal, la que se obtiene de la línea "horizontal apron" en la figura para determinar la longitud del resalto en lechos inclinados, dada anteriormente.

La longitud del tramo en pendiente se determina de la figura siguiente:



En la figura, D_2 es la altura conjugada de D_1, considerando resalto en lecho horizontal y L_P es la longitud del resalto que se encuentra en el lecho inclinado.
En la notación del USBR:
TW → h2
D1 → d1
D2 → altura conjugada de d1 para un resalto en lecho horizontal
$\tan\phi = \tan\alpha$ pendiente del lecho inclinado

RESALTOS EN LECHOS DE PENDIENTE MIXTA



Relaciones de Francisco Javier Domínguez (Don Pancho J) y sus alumnos

Las relaciones fueron obtenidas por Don Pancho y sus memoristas de la U. de Chile, C. Bachler y M. Serani, quienes dieron su examen de grado en 1957. Hay que notar que la monografía del USBR, en la que Peterka presentó todas las relaciones antes mencionadas, tanto para resaltos en pendiente como en lechos de pendiente mixta fue impresa por primera vez en Septiembre de 1958.

Las relaciones de los chilenos se traducen en dos gráficos, para cada pendiente, los que permiten determinar la longitud del resalto, L, y la longitud de la fracción en pendiente, Lp.

A modo de ejemplo, se muestran las relaciones para una pendiente del lecho inclinado igual a i = 0,15. Revisar el libro Hidráulica de Domínguez.