

**Control 3**

12 de enero de 2012

Dispone de 1 hora y 50 minutos para resolver el control.

Responda cada pregunta en una hoja separada y ponga su nombre en cada hoja de respuesta.

Todas las preguntas tienen el mismo puntaje.

1. Un *bosque* es un grafo simple sin ciclos. Conteste cada una de las siguientes preguntas justificando claramente en cada caso.
  - a) ¿Cuál es la diferencia entre un bosque y un árbol?
  - b) Si  $F$  es un bosque con  $n$  vértices y  $m$  componentes conexas ¿Cuántas aristas en total tiene  $F$ ?
  - c) ¿Cuál es el mínimo número de aristas que puede tener un bosque de  $n$  vértices?
  - d) ¿Cuál es el máximo número de aristas que puede tener un bosque de  $n$  vértices?
2. Responda “verdadero” o “falso” para cada una de las siguientes afirmaciones. En cada caso demuestre formalmente su respuesta.
  - a) Suponga que  $G$  es un grafo Euleriano en que las aristas  $e$  y  $f$  tienen un extremo común. Entonces  $G$  tiene un ciclo Euleriano en que  $e$  y  $f$  aparecen en forma consecutiva.
  - b) Sea  $G$  un grafo conexo tal que todos sus vértices de grado mayor que 1 son vértices de corte. Entonces  $G$  es un árbol.
  - c) Un grafo se dice par si todos sus vértices tienen grado par. Sea  $G$  un grafo par con  $k$  componentes conexas y  $e$  una arista cualquiera de  $G$ . Entonces  $G - e$  también tiene  $k$  componentes conexas.
3. El siguiente algoritmo iterativo se usa para buscar el valor  $k$  dentro de la secuencia ordenada crecientemente  $S = (s_1, s_2, \dots, s_n)$ .

INPUT: Una secuencia de enteros  $S = (s_1, s_2, \dots, s_n)$  tal que  $s_1 \leq s_2 \leq \dots \leq s_n$ , un natural  $n$  correspondiente al largo de la secuencia y un número entero  $k$  que pertenece a la secuencia.

OUTPUT: Un índice  $i$  tal que  $s_i = k$ .

BIN-SEARCH( $S, n, k$ )

```

1   $a := 1$ 
2   $b := n$ 
3   $m := \lfloor (a + b)/2 \rfloor$ 
4  while  $b - a > 0$ 
5      if  $k > s_m$  then
6           $a := m + 1$ 
7      if  $k \leq s_m$  then
8           $b := m$ 
9       $m := \lfloor (a + b)/2 \rfloor$ 
10 return  $a$ 
```

Demuestre que el algoritmo es correcto.