



Guía conteo

- P1.** Supongamos en el día del sombrero un grupo de n amigos toman todos sus sombreros los mezclan y los reparten aleatoriamente entre ellos. Calcule la probabilidad de que al menos alguno de ellos reciba el sombrero con el que comenzó nuevamente. Llamaremos A_i a la probabilidad de que la i -ésima persona reciba su sombrero de vuelta.
- Primero verifique que la probabilidad de que una persona fija reciba su sombrero nuevamente es $P(A_i) = \frac{1}{n}$.
 - Luego calcule $P(\bigcap_{i=1}^k A_i)$ la probabilidad de un grupo de k personas fijas obtengan exactamente los mismos sombreros con los que comenzaron.
 - Argumente que no importa que subconjunto de k elementos $\{A_1, \dots, A_k\}$ tomemos, $P(A_1 \cap A_2 \cap \dots \cap A_k)$ es siempre la misma siempre cuando k se mantenga. calcule cuantos de estos conjuntos hay para cada k .
 - Ahora procederemos usando el principio de inclusión exclusión: $P_{k \leq i}$ es la probabilidad de que al menos k personas reciban el sombrero con el que empezaron. Pruebe que $P_{k \leq i} = \binom{N}{k} P(\bigcap_{i=1}^k A_i) - P_{k+1 \leq i}$. Con $\{A_1, \dots, A_k\}$ un subconjunto cualquiera de k elementos.
 - Utilizando inducción concluya el resultado.
- P2** Aquí trabajaremos sobre relaciones binarias en un conjunto A de n elementos:
- Cuántas relaciones distintas se pueden definir sobre A .
 - Cuántas relaciones reflexivas se pueden definir sobre A .
 - Cuántas relaciones simétricas se pueden definir sobre A .
 - Dada una relación R simétrica sobre A . Cuántas relaciones antisimétricas R' se pueden formar que cumplan $\forall x \forall y (xRy \wedge yRx \Leftrightarrow xR'y \vee yR'x)$. Concluya calculando cuántas relaciones antisimétricas pueden definirse sobre A .
 - Encuentre un algoritmo recursivo para determinar cuántas relaciones de equivalencia se pueden definir sobre A . hint: utilice las clases de equivalencia
- P3** Determine la cantidad de números de 8 dígitos que son divisibles por 9 y que no tienen ningún dígito repetido.